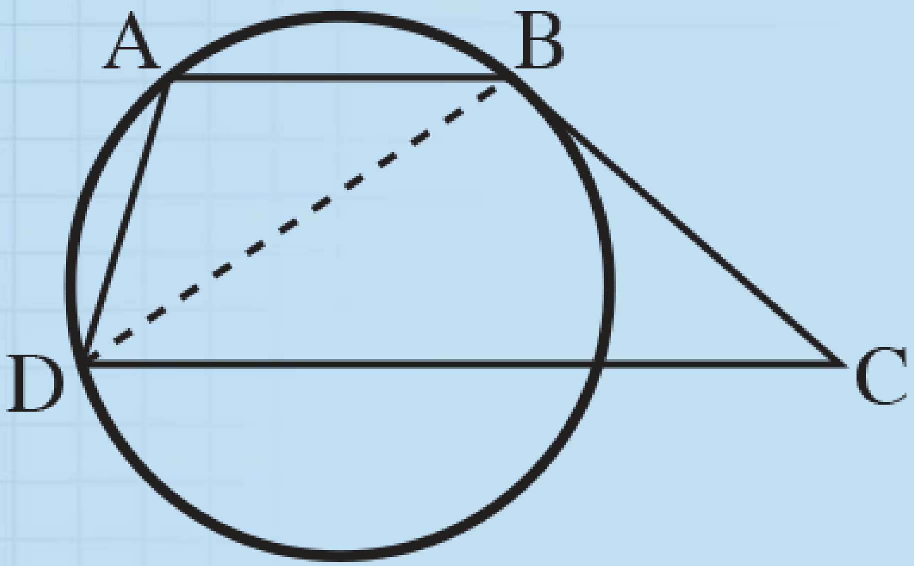
פתרון תרגיל
דמיון משולשים במעגל

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–1

481 , עמ' 320, ת. 15

השאלה



15) $ABCD$ הוא טרפז $(AB \parallel DC)$.
דרך הנקודות A, B ו-D עובר מעגל כך
שהצלע BC משיקה למעגל בנקודה B.

א. הוכח: $\Delta ABD \sim \Delta BDC$.

ב. נתון: $BD = 6$ ס"מ, $\frac{AD}{BC} = \frac{5}{8}$. חשב את הבסיסים AB ו-DC.

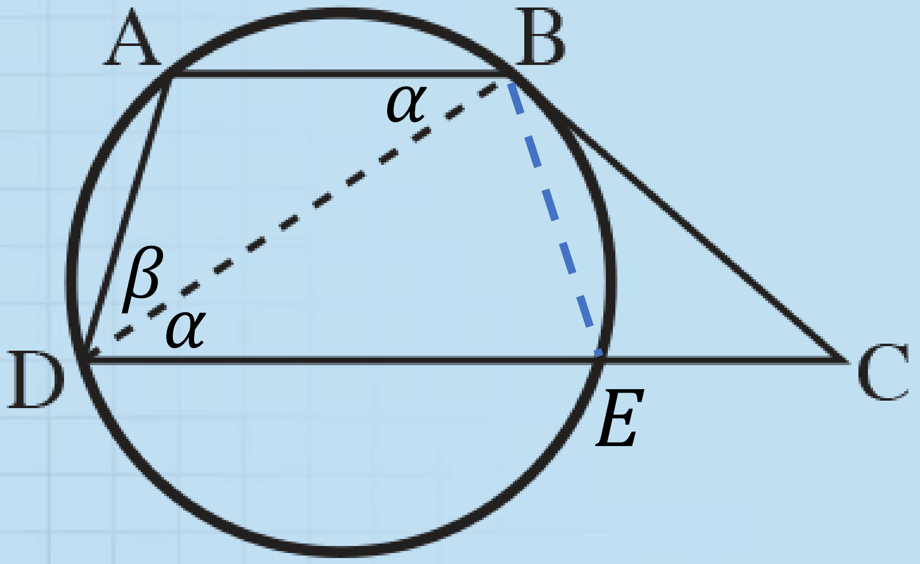
ג. נסמן: $S_{ABD} = S$. הבע באמצעות S את: (1) S_{BDC}. (2) S_{ABCD}.

א. הוכח: $\Delta BDC \sim \Delta ABD$.

פתרון

לפי ההערה שבעמוד 214 : **כל טרפז שחסום במעגל הוא טרפז שווה-שוקיים**

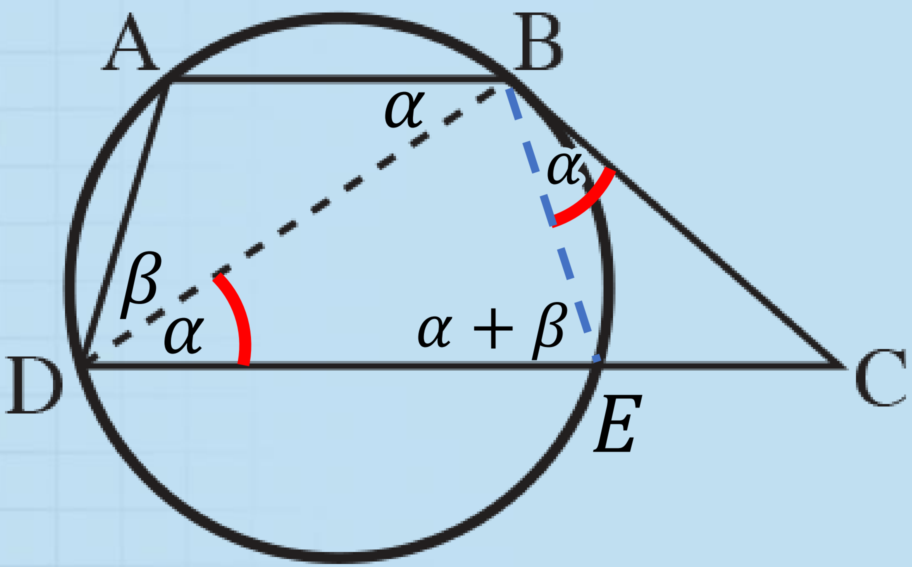
טענה	נימוק
מיתר BE	בניית עזר
$\measuredangle ABD = \measuredangle BDE = \alpha$	זווית מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים + סימון
$\measuredangle ADB = \beta$	סימון
$\measuredangle ADE = \alpha + \beta$	חיבור זוויות



א. הוכח: $\Delta BDC \sim \Delta ABD$.

פתרון

לפי ההערה שבעמוד 214: **כל טרפז שחסום במעגל הוא טרפז שווה-שוקיים**



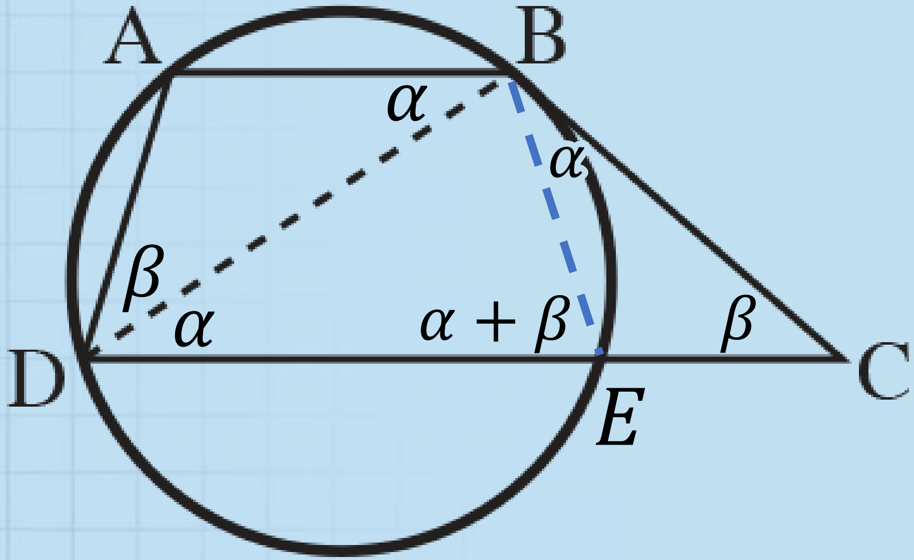
טענה	נימוק
$\measuredangle ADE = \alpha + \beta$	
טרפז $BEDA$ שווה-שוקיים	לפי ההערה
$\measuredangle BED = \alpha + \beta$	בטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות
$\measuredangle EBC = \alpha$	זווית בין משיק למיתר במעגל הנפגשים בנקודת ההשקה שווה לזווית ההיקפית הנשענת על המיתר

א. הוכח: $\Delta BDC \sim \Delta ABD$.

פתרון

לפי ההערה שבעמוד 214 : **כל טרפז שחסום במעגל הוא טרפז שווה-שוקיים**

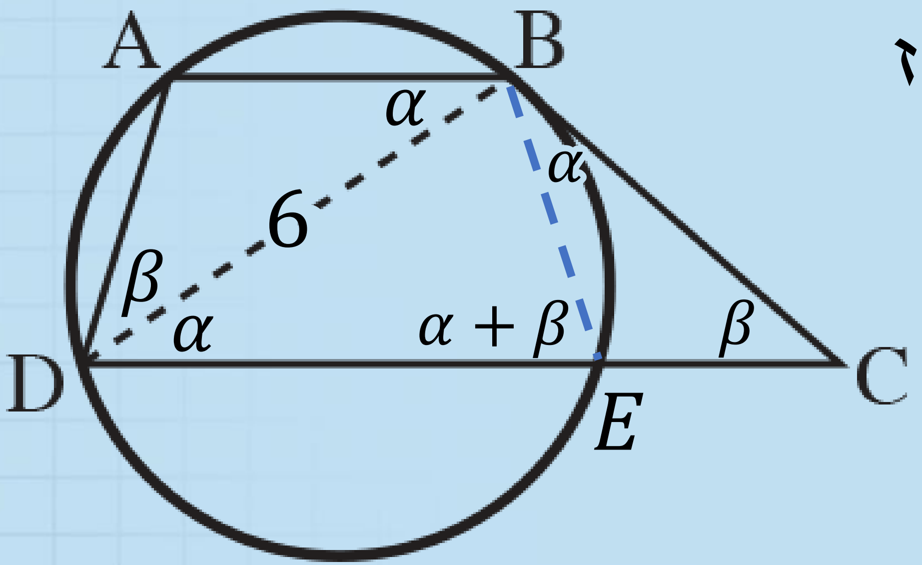
טענה	נימוק
$\measuredangle BED = \alpha + \beta$	
$\measuredangle BED = \measuredangle C + \measuredangle EBC$	זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שלא צמודות לה
$\measuredangle C = \beta$	חישוב
$\Delta ABD \sim \Delta BDC$	לפי משפט דמיון ז.ז



ב. נתון: 6 ס"מ = BD, $\frac{AD}{BC} = \frac{5}{8}$. חשב את הבסיסים AB ו-DC.

פתרון

לפי ההערה שבעמוד 214 : כל טרפז שחסום במעגל הוא טרפז שווה-שוקיים

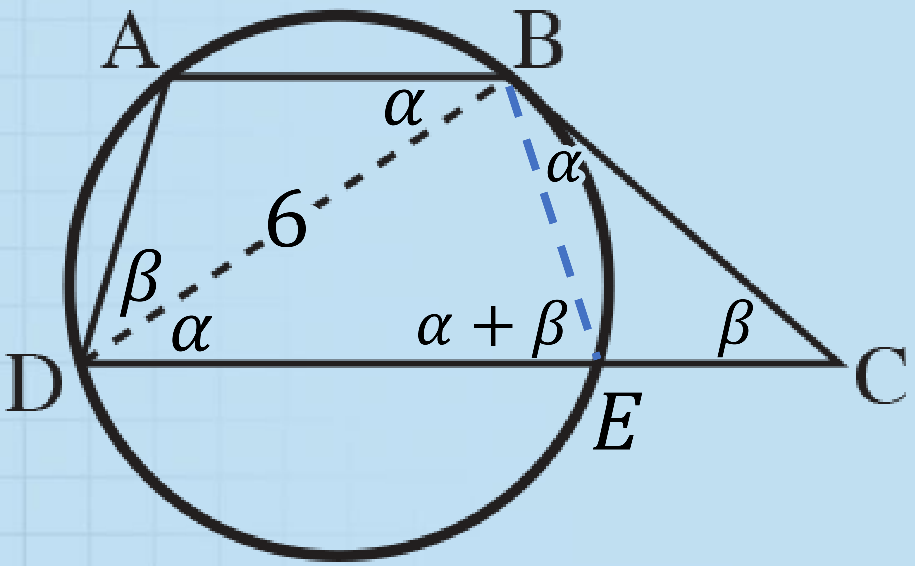


טענה	נימוק
$\Delta ABD \sim \Delta BDC$	לפי משפט דמיון ז.ז
$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} = \frac{AD}{BC}$	יחס הדמיון
$\frac{AB}{6} = \frac{6}{DC} = \frac{AD}{BC} = \frac{5}{8}$	נתון

ב. נתון: $BD = 6$ ס"מ, $\frac{AD}{BC} = \frac{5}{8}$. חשב את הבסיסים AB ו-DC.

פתרון

לפי ההערה שבעמוד 214: **כל טרפז שחסום במעגל הוא טרפז שווה-שוקיים**



$$\frac{AB}{6} = \frac{6}{DC} = \frac{AD}{BC} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{AB}{6} = \frac{5}{8} \quad /\cdot 48$$

$$8AB = 30$$

$AB = 3.75$ ס"מ

$$\frac{6}{DC} = \frac{5}{8} \quad /\cdot 8DC$$

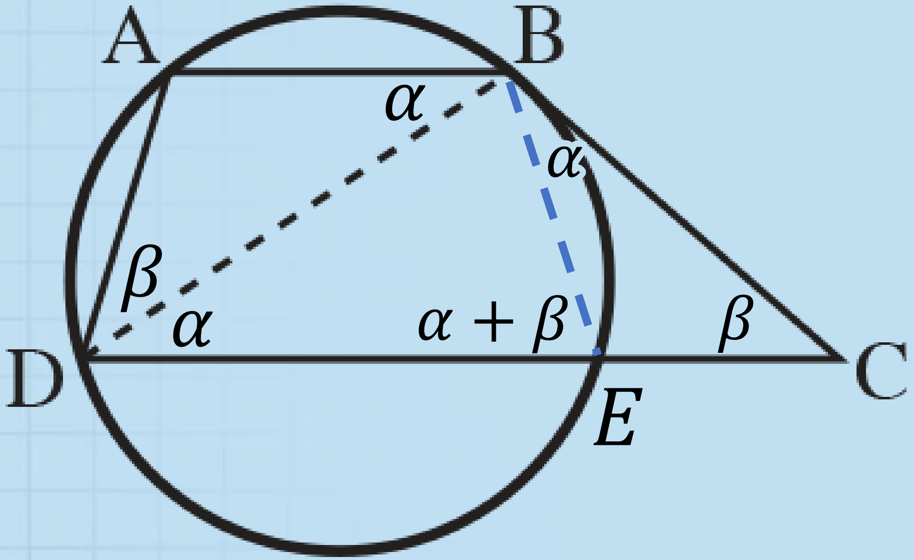
$$48 = 5DC$$

$CD = 9.6$ ס"מ

ג. נסמן: $S = S_{ABD}$. הבע באמצעות S את: (1) S_{BDC}. (2) S_{ABCD}.

פתרון

לפי ההערה שבעמוד 214: **כל טרפז שחסום במעגל הוא טרפז שווה-שוקיים**

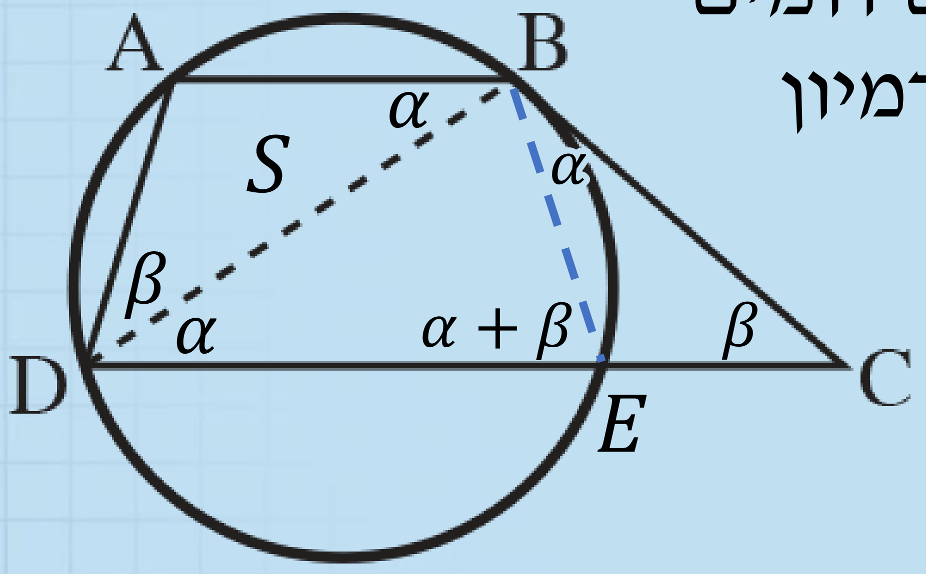


טענה	נימוק
$\Delta ABD \sim \Delta BDC$	לפי משפט דמיון ז.ז
$\frac{AD}{BC} = \frac{5}{8}$	נתון
$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta BDC}} = \left(\frac{AD}{BC}\right)^2 = \frac{25}{64}$	יחס שטחי משולשים דומים שווה לריבוע יחס הדימיון

ג. נסמן: $S = S_{ABD}$. הבע באמצעות S את: (1) S_{BDC}. (2) S_{ABCD}.

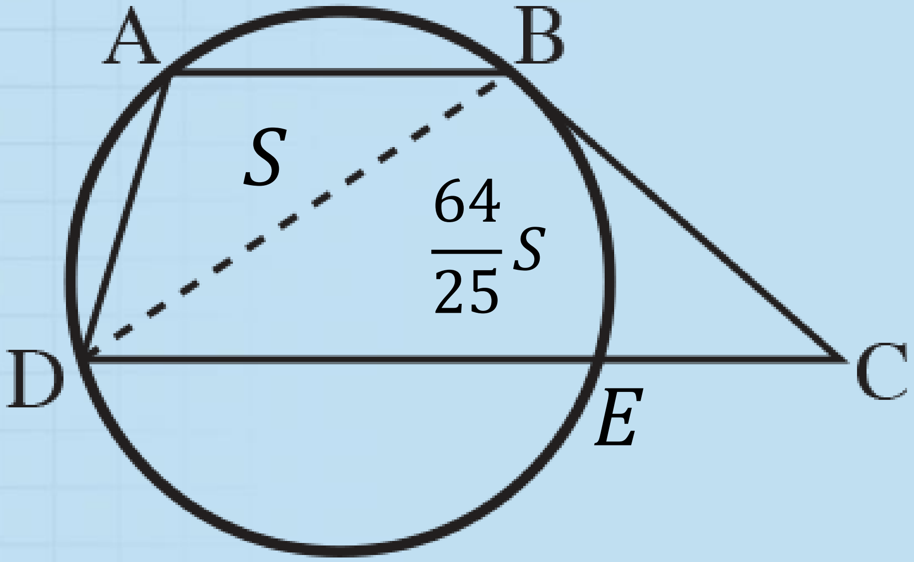
פתרון

טענה	נימוק
$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta BDC}} = \left(\frac{AD}{BC}\right)^2 = \frac{25}{64}$	יחס שטחי משולשים דומים שווה לריבוע יחס הדמיון
$\frac{S}{S_{\Delta BDC}} = \frac{25}{64}$	
$64S = 25S_{\Delta BDC}$	
$\frac{64S}{25} = S_{\Delta BDC}$	



ג. נסמן: $S = S_{ABD}$. הבע באמצעות S את: (1) S_{BDC}. (2) S_{ABCD}.

פתרון



$$S_{\Delta BDC} = \frac{64S}{25} = \frac{64}{25}S$$

$$S_{ABCD} = S + \frac{64}{25}S = \frac{89}{25}S$$

$$S_{\Delta BDC} = \frac{64}{25}S \qquad S_{ABCD} = \frac{89}{25}S$$

בהצלחה