תרגיל לדוגמה

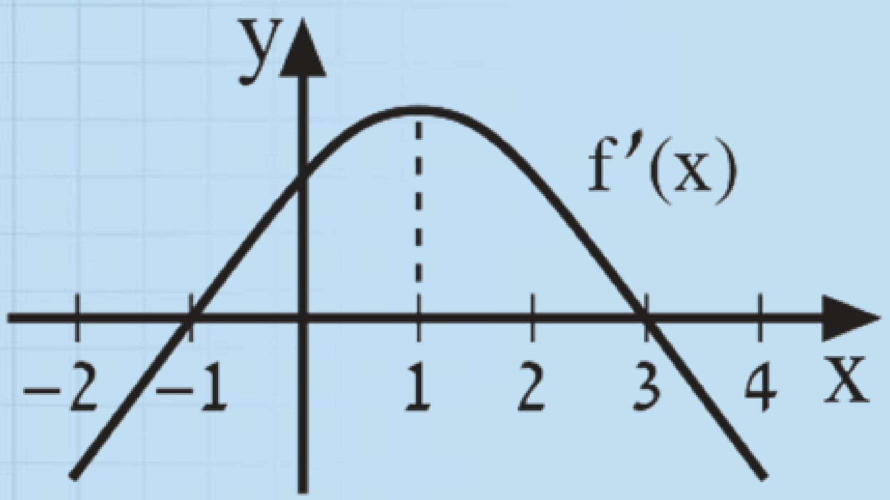
הקשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 749, דוגמה ב'

המצגת נערכה ע"י דנה עידן
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

תרגיל לדוגמה



דוגמא ב':

$f(x)$ היא פונקציה גזירה המוגדרת בתחום $-2 \le x \le 4$.

בציור מתואר הגרף של **הנגזרת** $f'(x)$. (הקו המקווקו מאונך לציר ה-x).

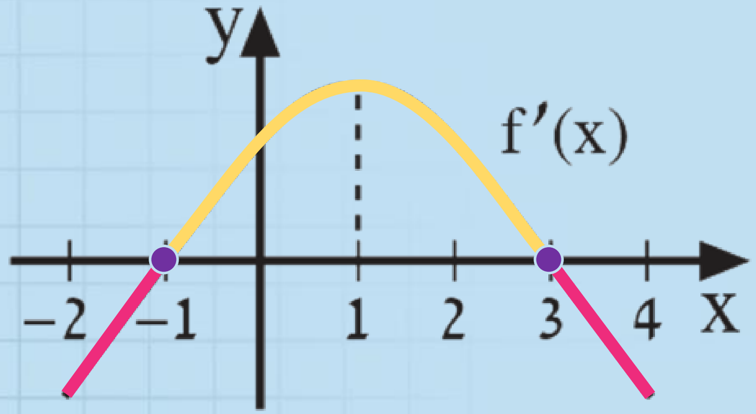
א. מצא את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$ ואת שיעורי ה-x של נקודות הקיצון.

ב. נתון: $f(1) = 0$, $f(-1) = -2$ ו-$f(4) > 0$. שרטט גרף של $f(x)$.

תרגיל לדוגמה

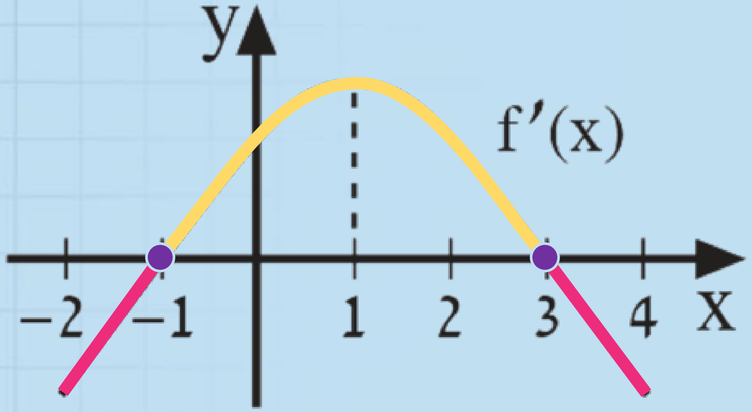
פתרון:

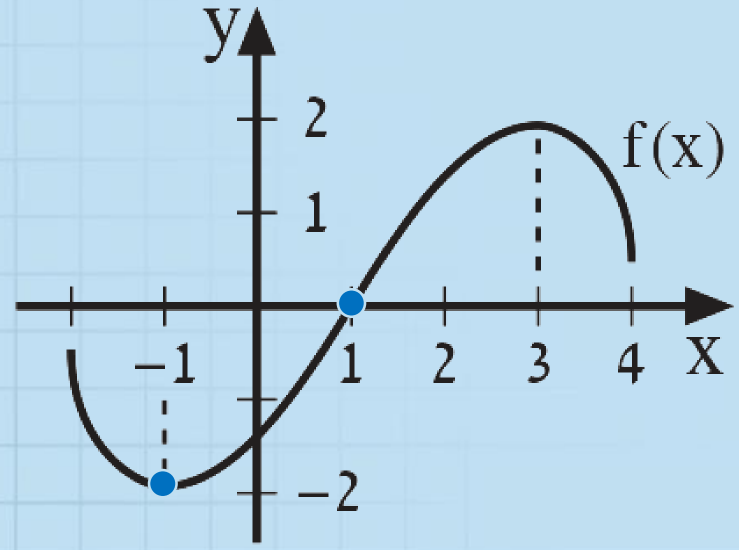
א. הפונקציה $f(x)$ עולה כאשר הנגזרת $f'(x)$ חיובית, כלומר (לפי הציור) כאשר $-1 < x < 3$. באופן דומה, הפונקציה יורדת כאשר $-2 < x < -1$ או $3 < x < 4$, כי בתחומים אלה הנגזרת שלילית. הנקודות שבהן הנגזרת **שווה לאפס** הן נקודות הקיצון, בתנאי שהנגזרת **משנה סימן** כאשר מתקדמים משמאל לימין. אם השינוי הוא מ-$(-)$ ל-$(+)$, כלומר מירידה לעלייה, אז הנקודה היא נקודת מינימום ואם השינוי הוא מ-$(+)$ ל-$(-)$, כלומר מעלייה לירידה, אז הנקודה היא נקודת מקסימום. לכן נקבל שבנקודה $x = -1$ יש לפונקציה מינימום ובנקודה $x = 3$ יש לה מקסימום.



תרגיל לדוגמה

ב. נתון: $f(1) = 0$, $f(-1) = -2$ ו-$f(4) > 0$. שרטט גרף של $f(x)$.





הנגזרת סימטרית לגבי הישר $x = 1$,
כמו כן $f(1) = 0$, לכן הפונקציה $f(x)$
סימטרית לגבי הנקודה $(1,0)$. מכאן,
עפ"י שאר הנתונים וסעיף א', נקבל שהגרף
של $f(x)$ ייראה בערך כך:

בהצלחה