פתרון תרגיל

נקודות פיתול שהמשיק דרכן מקביל לציר ה-x- פולינומים

מתמטיקה (4-5 יח"ל) חלק א'

481-581 , עמ' 712, ת. 10

המצגת נערכה ע"י דנה עידן

השאלה

10) א. הראה שאם $a > 0$ אז לפונקציה $y = x^3+ax+1$ אין נקודות קיצון.

ב. הראה שגם אם $a = 0$ אין לפונקציה נקודות קיצון.

א. הראה שאם $a > 0$ אז לפונקציה $y = x^3+ax+1$ אין נקודות קיצון.

פתרון

סעיף א':

תזכורת : בנקודות הקיצון ערך הנגזרת של הפונקציה שווה לאפס.

לכן, כדי להוכיח שלפונקציה אין נקודות קיצון, **מספיק להוכיח שהנגזרת שלה לעולם לא מתאפסת.**

$$y = x^3 + ax + 1$$

$$y' = 3x^2 + a$$

א. הראה שאם $a>0$ אז לפונקציה $y=x^3+ax+1$ אין נקודות קיצון.

פתרון

$$3x^2+a=0$$

נתון כי: $a>0$.

בנוסף, ידוע כי: $3x^2\geq 0$ לכל x.

לכן מתקיים: $3x^2+a>0$ לכל x.

ולפיכך **אין פתרון למשוואה $3x^2+a=0$**. כלומר, **הנגזרת לעולם לא מתאפסת כאשר $a>0$**, **ולכן במקרה זה אין לפונקציה נקודות קיצון**.

ב. הראה שגם אם $a = 0$ אין לפונקציה נקודות קיצון.

פתרון

<u>סעיף ב':</u>

$$y' = 3x^2 + a$$

נציב $a = 0$ בנגזרת, ונקבל: $y' = 3x^2$

$$3x^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

ב. הראה שגם אם $a = 0$ אין לפונקציה נקודות קיצון.

פתרון

לכן, כדי להראות ש- $x = 0$ היא לא נקודת קיצון,

נבדוק מה **הסימן של הנגזרת הראשונה משני הצדדים של הנקודה $\boldsymbol{x = 0}$**.

$$y' = 3x^2$$

$$y'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 = 3 \ > \mathbf{0}$$

$$y'(1) = 3 \cdot 1^2 = 3 \ > \mathbf{0}$$

ב. הראה שגם אם $a = 0$ אין לפונקציה נקודות קיצון.

פתרון

מסקנה: הפונקציה עולה **לפני** הנקודה $x = 0$ וגם **אחרי** הנקודה $x = 0$.

לכן, הנקודה $x = 0$ היא **לא** נקודת קיצון.

הוכחנו שגם כאשר $a = 0$, אין לפונקציה נקודות קיצון.

בהצלחה