פתרון תרגיל

פרופורציה, תכונות חוצי הזויות

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 336, ת. 12

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

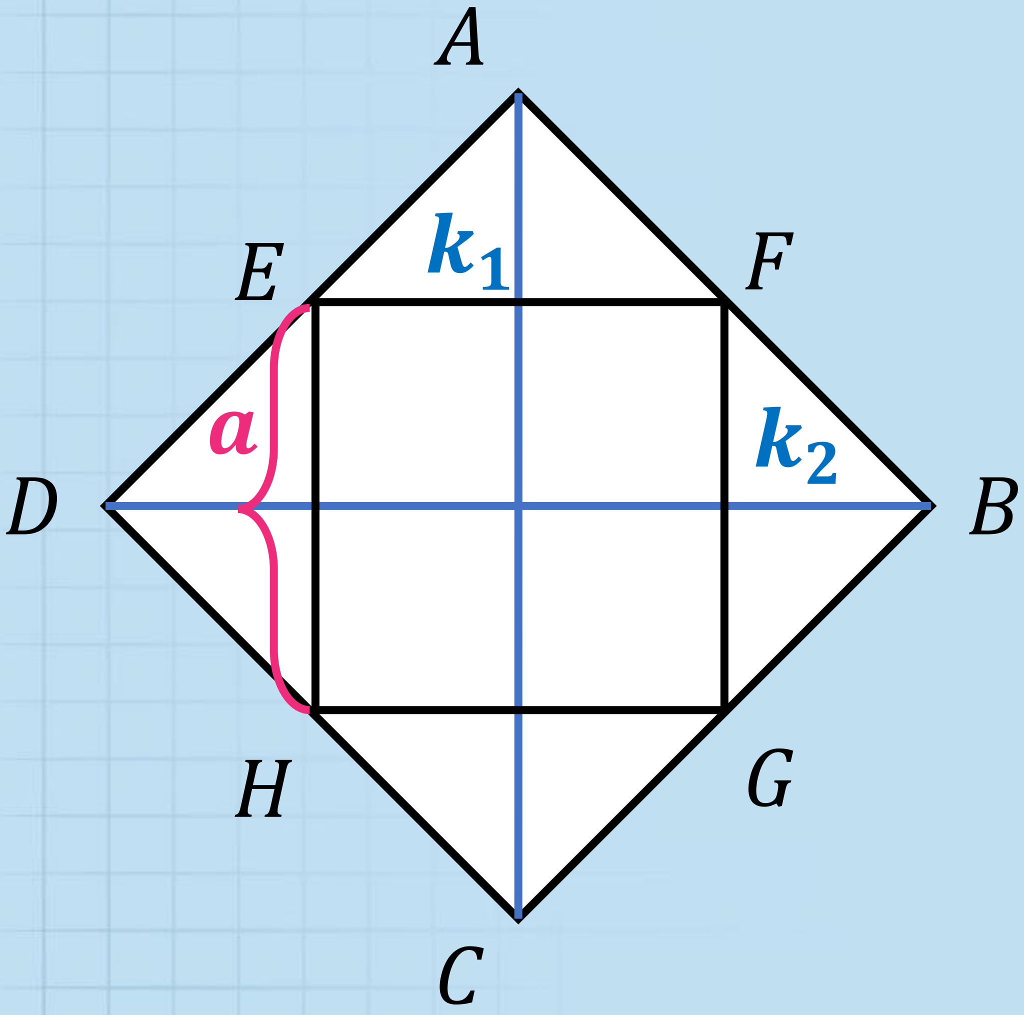
השאלה

12) בתוך מעוין שאלכסוניו k_1 ו-k_2 חסום ריבוע שקודקודיו על צלעות המעוין (צלעות הריבוע מקבילות לאלכסוני המעוין). צלע הריבוע היא a.

הוכח: $a = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$.

בתוך מעוין שאלכסוניו k_1 ו-k_2 חסום ריבוע שקודקודיו על צלעות המעוין (צלעות הריבוע מקבילות לאלכסוני המעוין). צלע הריבוע היא a. הוכח: $a = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$.

פתרון



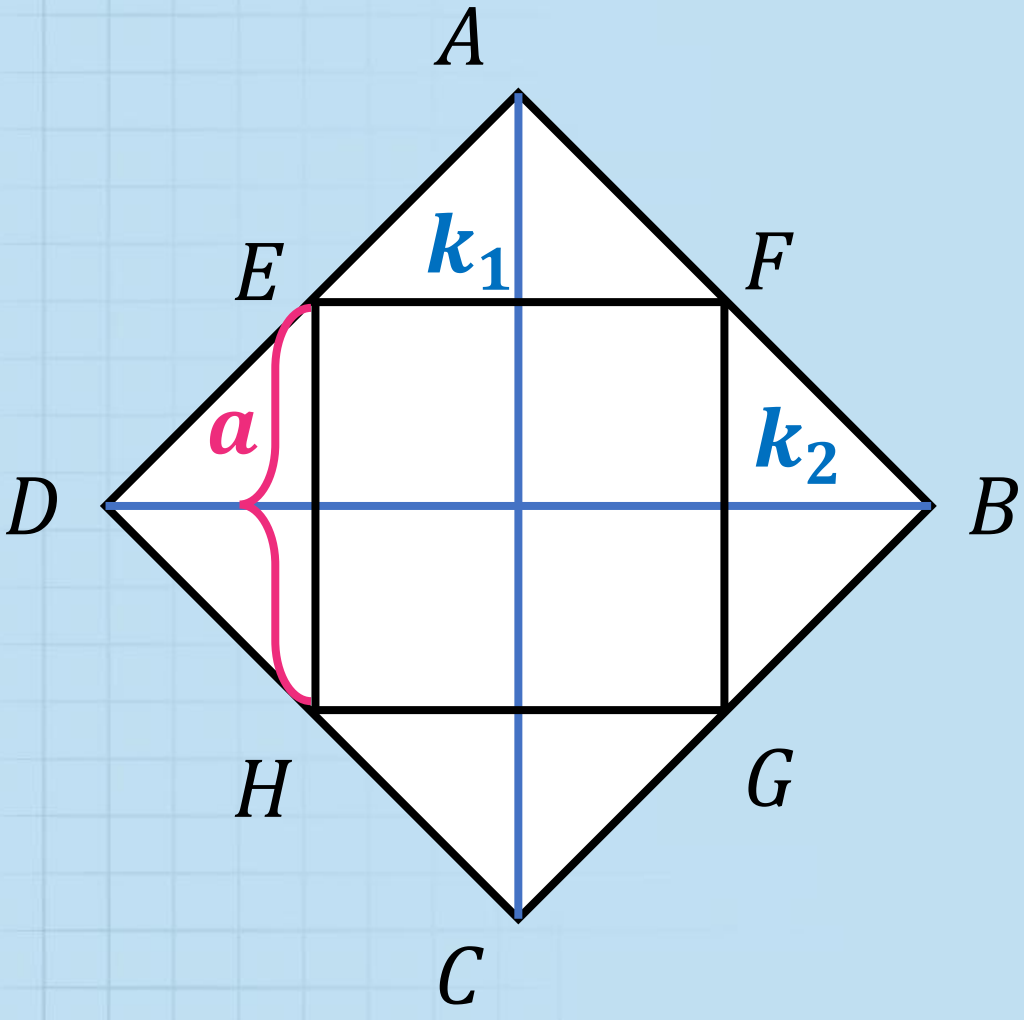
ראשית, **נשרטט את השאלה**

$ABCD$ מעוין. אלכסוניו,
$AC = k_1$ ו- $BD = k_2$

$EFGH$ ריבוע שצלעו a,
החסום במעוין, כך שצלעותיו
מקבילות לאלכסוני המעוין.

בתוך מעוין שאלכסוניו k_1 ו-k_2 חסום ריבוע שקודקודיו על צלעות המעוין (צלעות הריבוע מקבילות לאלכסוני המעוין). צלע הריבוע היא a. הוכח: $a = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$.

פתרון



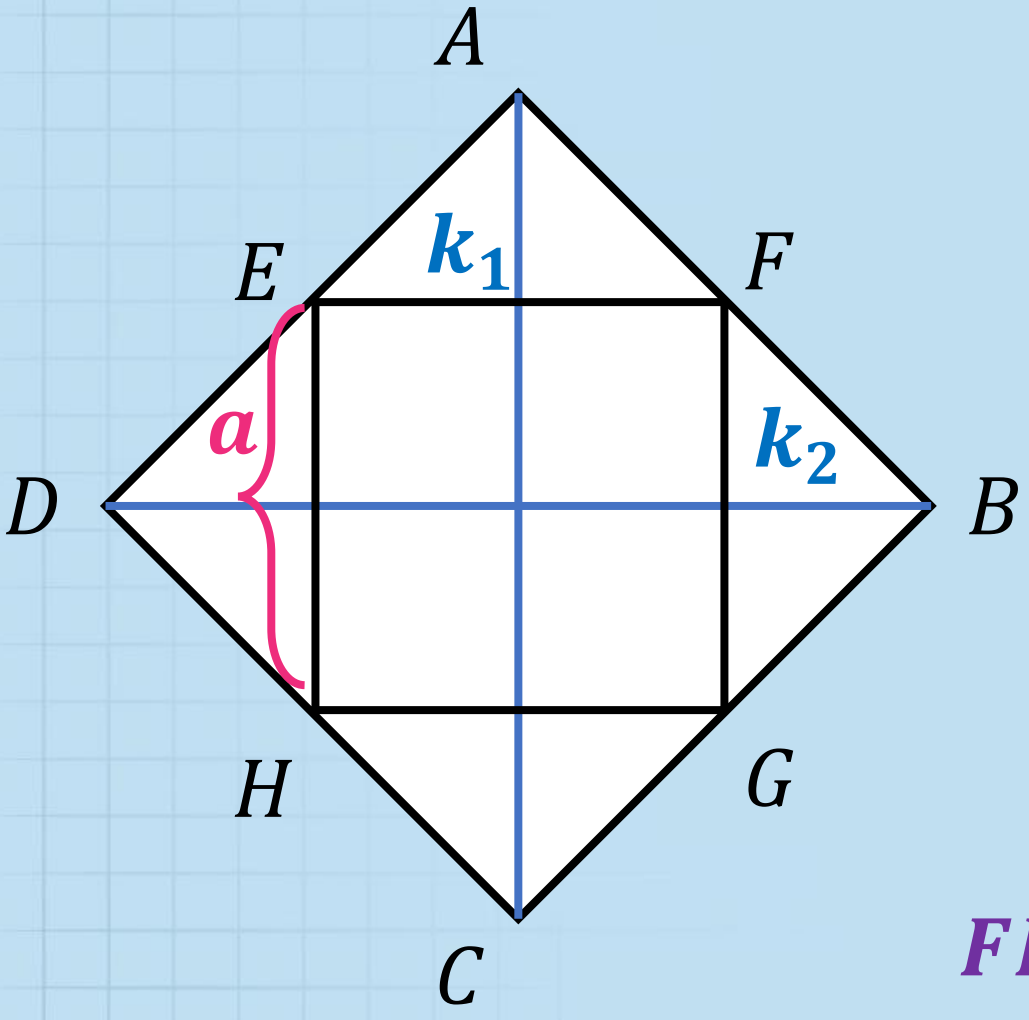
נתון $DB \parallel EF$:

עפ"י ההרחבה למשפט תאלס
במשולש ΔDAB

$$\frac{a}{k_2} = \frac{AF}{AB}$$

בתוך מעוין שאלכסוניו k_1 ו-k_2 חסום ריבוע שקודקודיו על צלעות המעוין (צלעות הריבוע מקבילות לאלכסוני המעוין). צלע הריבוע היא a. הוכח: $a = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1+k_2}$.

פתרון



נתון $GF \parallel AC$:

עפ"י ההרחבה למשפט תאלס

במשולש ΔABC

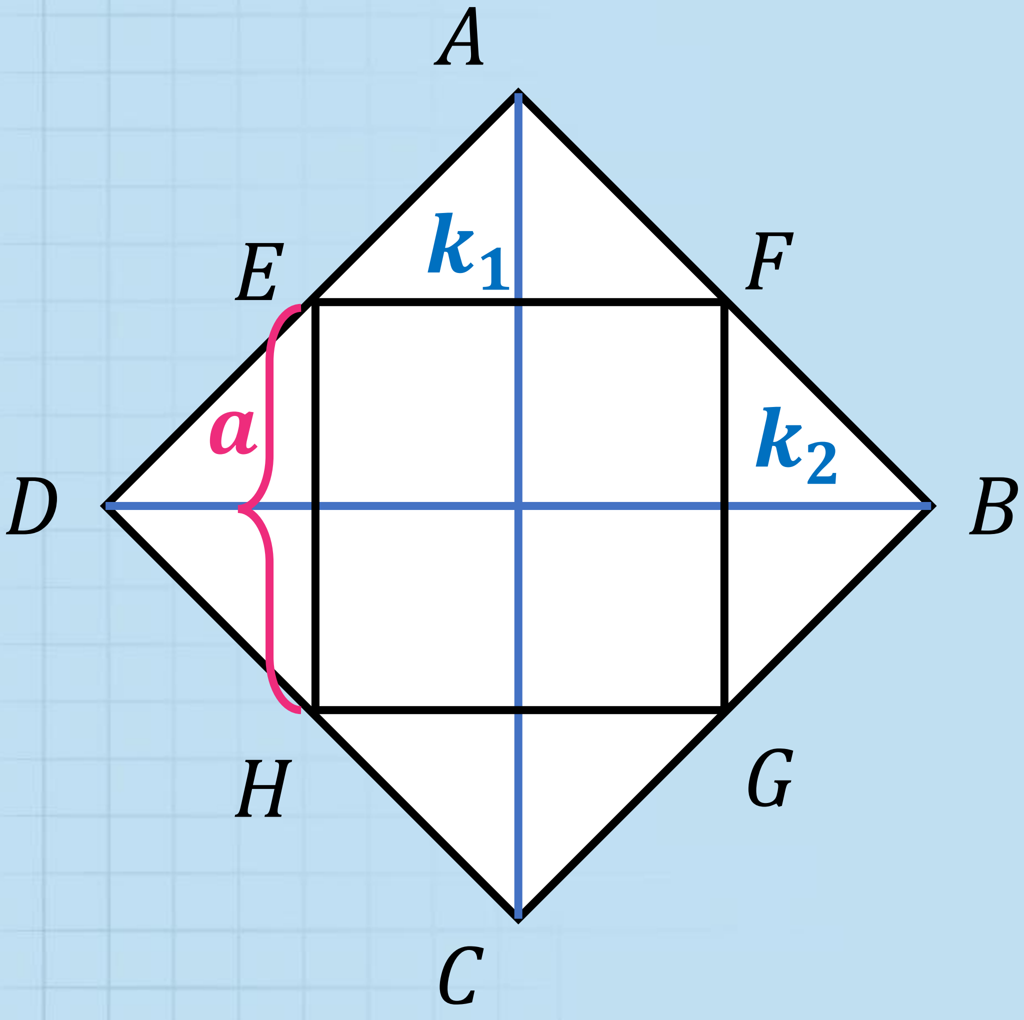
$$\frac{a}{k_1} = \frac{FB}{AB}$$

נבטא את הקטע FB באמצעות גדלים אחרים המופיעים ביחסים:

$$FB = AB - AF$$

בתוך מעוין שאלכסוניו k_1 ו-k_2 חסום ריבוע שקודקודיו על צלעות המעוין (צלעות הריבוע מקבילות לאלכסוני המעוין). צלע הריבוע היא a. הוכח: $a = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1+k_2}$.

פתרון

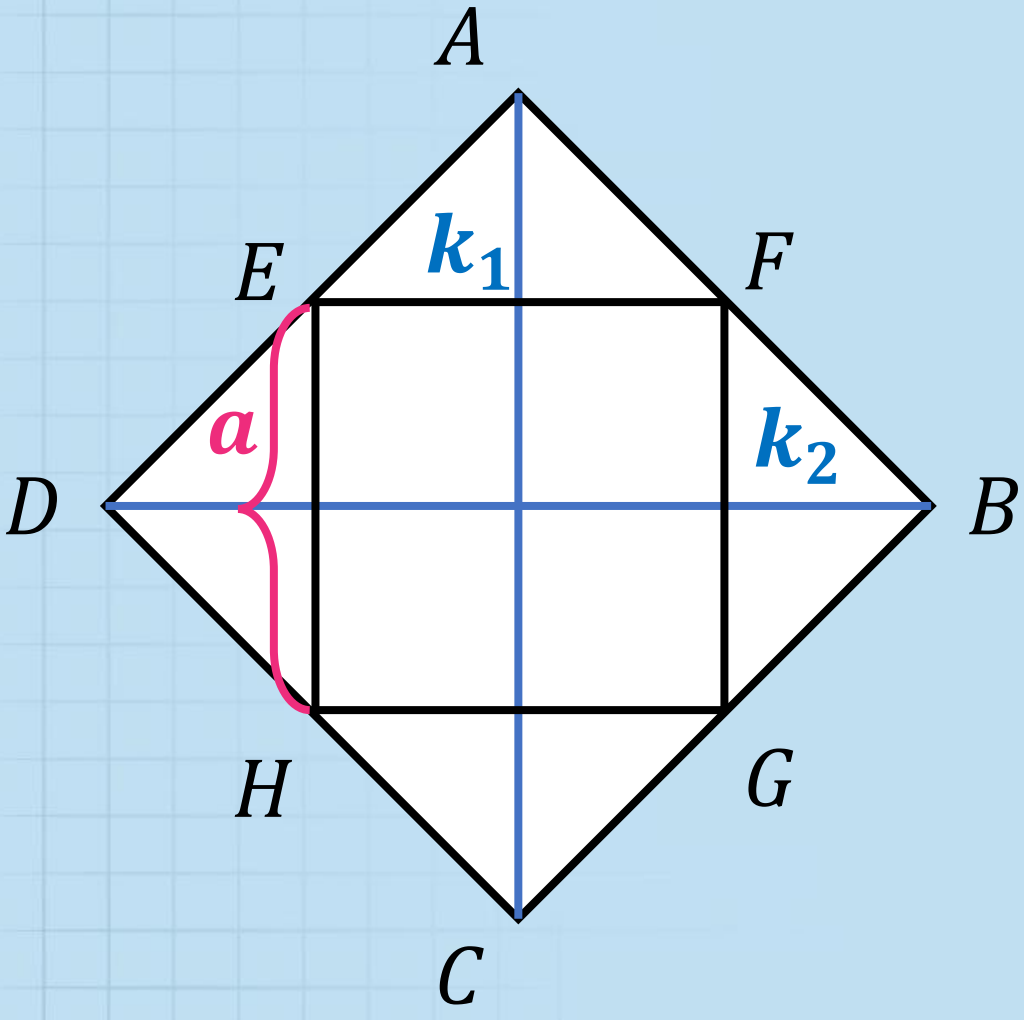


$$\frac{a}{k_1} = \frac{FB}{AB} = \frac{AB - AF}{AB} = 1 - \frac{AF}{AB}$$

$$\frac{a}{k_1} = 1 - \frac{a}{k_2}$$

בתוך מעוין שאלכסוניו k_1 ו-k_2 חסום ריבוע שקודקודיו על צלעות המעוין (צלעות הריבוע מקבילות לאלכסוני המעוין). צלע הריבוע היא a. הוכח: $a = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$.

פתרון



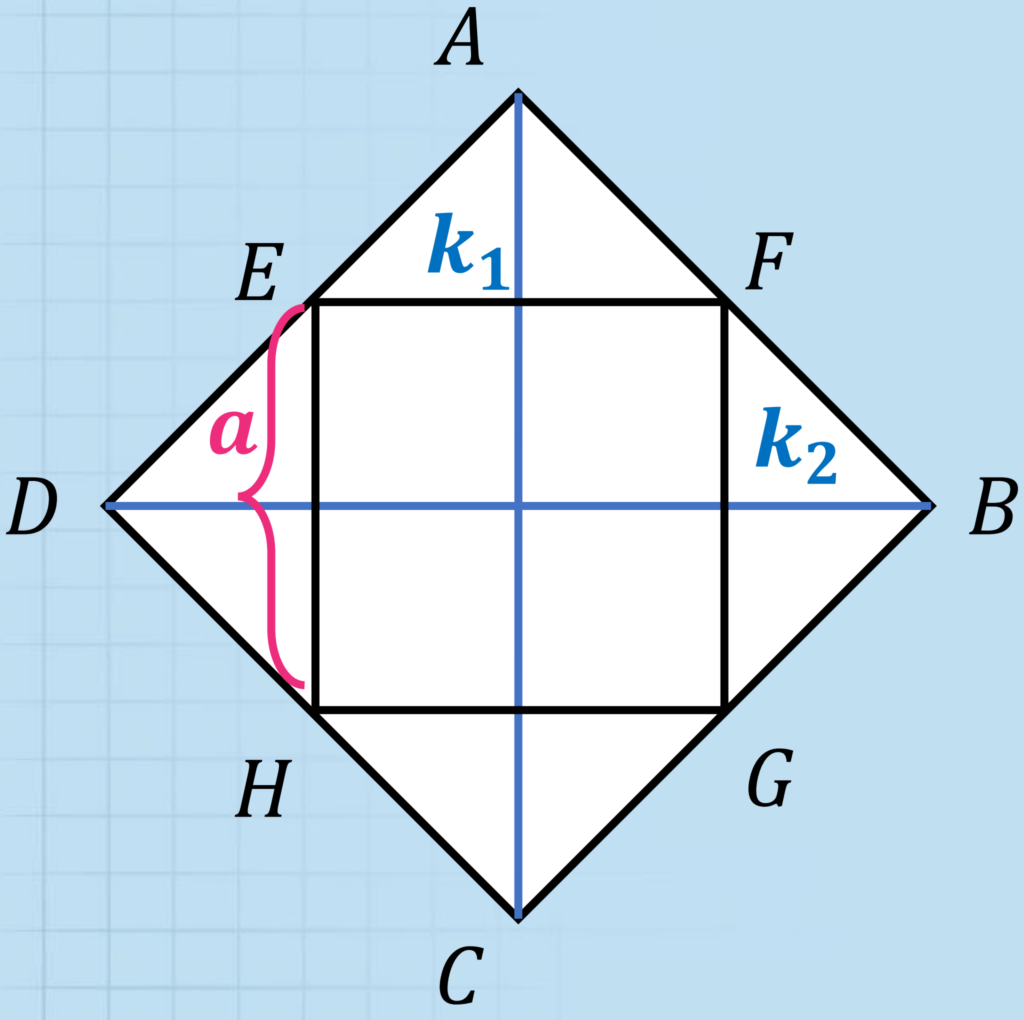
$$\frac{a}{k_1} + \frac{a}{k_2} = 1$$

$$a\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) = 1$$

$$a\left(\frac{k_2 + k_1}{k_1 \cdot k_2}\right) = 1$$

בתוך מעוין שאלכסוניו k_1 ו-k_2 חסום ריבוע שקודקודיו על צלעות המעוין (צלעות הריבוע מקבילות לאלכסוני המעוין). צלע הריבוע היא a. הוכח: $a = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$.

פתרון



$$a = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_2 + k_1}$$

מ.ש.ל

בהצלחה