תרגיל לדוגמה

משוואות אי רציונאליות

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581, עמ' 111–112, דוגמה ב' ו–ג'

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

תרגיל לדוגמה

פתור את המשוואה $x-5\sqrt{x}+4=0$.

דרך א' – נסמן $t=\sqrt{x}$ ואז $t^2=x$.

המשוואה עם המשתנה t היא $t^2-5t+4=0$

והפתרונות שלה הם $t_1=1$, $t_2=4$.

לכן $x_1=1^2=1$ וכן $x_2=4^2=16$.

ע"י הצבה במשוואה המקורית אפשר לראות ששני הפתרונות מקיימים אותה.

לסיכום: פתרונות המשוואה $x-5\sqrt{x}+4=0$ הם: $x_1=1$, $x_2=16$.

דרך ב' – נבודד את הביטוי עם השורש ונקבל $x+4=5\sqrt{x}$.

נעלה בריבוע את שני אגפי המשוואה ונקבל

$$x^2+8x+16=25x$$

$$x^2-17x+16=0$$

והפתרונות שלה הם כמו קודם

$x_1=1$, $x_2=16$.

תרגיל לדוגמה

פתור את המשוואה $\sqrt{x+3}-\sqrt{2x-1}=1$.

פתרון:

נעלה בריבוע את שני אגפי המשוואה ונקבל: $(\sqrt{x+3}-\sqrt{2x-1})^2=1^2$.

שים לב – את אגף שמאל צריך להעלות בריבוע
עפ״י הנוסחה **לדו איבר בריבוע:** $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.

לכן $x+3-2\sqrt{x+3}\sqrt{2x-1}+2x-1=1$.

לאחר כינוס איברים נקבל את המשוואה: $3x+2-2\sqrt{x+3}\sqrt{2x-1}=1$.

כפי שאנו רואים, במשוואה **נותרו** עדיין **שורשים**. אם נעלה בריבוע את המשוואה כמו שהיא **לא** נצליח להיפטר מהשורשים ולכן **נרכז תחילה את כל השורשים** באגף ימין ואת כל שאר הביטויים באגף שמאל. נקבל את המשוואה $3x+1=2\sqrt{x+3}\sqrt{2x-1}$.

תרגיל לדוגמה

עכשיו **נעלה פעם שנייה בריבוע** ונקבל $9x^2+6x+1 = 4(x+3)(2x-1)$

במשוואה זו **אין** יותר **שורשים**. המשוואה הריבועית המסודרת היא $x^2-14x+13 = 0$

ע"י הצבת הפתרונות במשוואה המקורית מקבלים שרק $x_1 = 1$, $x_2 = 13$

$x = 1$ מקיים אותה ולכן זהו הפתרון היחיד של המשוואה.

בהצלחה