הקנייה

משוואות אי רציונאליות

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 110–111

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

הקנייה

נדון עכשיו במשוואות מהצורה $\sqrt{x+1} = x-1$, $\sqrt{2x-3} = x-3$ וכו׳. נגדיר:

משוואה שבה המשתנה (הנעלם) מופיע בתוך שורש נקראת **משוואה אי רציונאלית**.

השיטה הכללית לפתרון משוואות כאלה היא **להעלות בריבוע את שני אגפי המשוואה** וכך לקבל משוואה **ללא שורש ריבועי**.

הקנייה

הערות:

א) היות שבמשוואה אי רציונאלית יש שורש ריבועי אז צריך לשים לב **לתחום ההגדרה** של המשוואה. צריך לזכור שביטוי **בתוך שורש ריבועי** חייב להיות **אי שלילי**. על **תחום ההגדרה של פונקציות** עם **שורשים** ראה בעמ׳ 171.

ב) הפעולה של העלאה בריבוע יכולה לגרום לכך שנקבל משוואה **שאיננה שקולה** למשוואה המקורית. **לדוגמא** אם נעלה בריבוע את המשוואה הפשוטה $x = -1$ נקבל $x^2 = 1$. למשוואה זו יש שני פתרונות והם $x = 1$ ו-$x = -1$, אבל ברור שהפתרון $x = 1$ **איננו** מקיים את המשוואה המקורית.

הקנייה

נוכל לסכם:

בכל מקרה של העלאה בריבוע של משוואה צריך לבדוק ע"י הצבה במשוואה המקורית האם הפתרונות שהתקבלו מקיימים אותה. פתרון שלא מקיים את המשוואה המקורית צריך לבטלו.

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

פתור את המשוואה $\sqrt{2x-5} = x-4$.

פתרון:

נעלה בריבוע את שני אגפי המשוואה ונקבל $(x-4)^2 = (\sqrt{2x-5})^2$

הריבוע באגף ימין **מבטל** את השורש ולכן

$$x^2-8x+16 = 2x-5$$

$$x^2-10x+21 = 0$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = 7$$

תרגיל לדוגמה

בדיקה – היות שבמשוואה המקורית יש **שורש ריבועי** וגם מאחר שהעלינו **בריבוע** את שני אגפי המשוואה אנו **חייבים לבדוק את הפתרונות שהתקבלו ע"י הצבה במשוואה המקורית.**

ע"י הצבת $x_1 = 3$ במשוואה המקורית נקבל

$$3-4 = \sqrt{2 \cdot 3-5}$$

$$-1 = \sqrt{1}$$

וזה **לא** נכון. לכן $x_1 = 3$

איננו פתרון של המשוואה **ויש לבטלו.**

ע"י הצבת $x_2 = 7$ במשוואה המקורית נקבל

$$7-4 = \sqrt{2 \cdot 7-5}$$

$$3 = \sqrt{9}$$

וזה נכון

תרגיל לדוגמה

$.x-4 = \sqrt{2x-5}$

לסיכום: למשוואה פתרון יחיד והוא $.x = 7$

הערה: אם המשוואה של הדוגמא האחרונה היתה רשומה בצורה $x = 4+\sqrt{2x-5}$
היינו בשלב ראשון **מבודדים את הביטוי עם השורש** ע"י העברת 4 לאגף שמאל ורק
אחר כך מעלים בריבוע.

במקרים מסויימים אפשר לפתור משוואה אי רציונאלית בעזרת **משתנה אחר** כפי
שעשינו בפתרון משוואה **דו ריבועית**.

בהצלחה