פתרון תרגיל

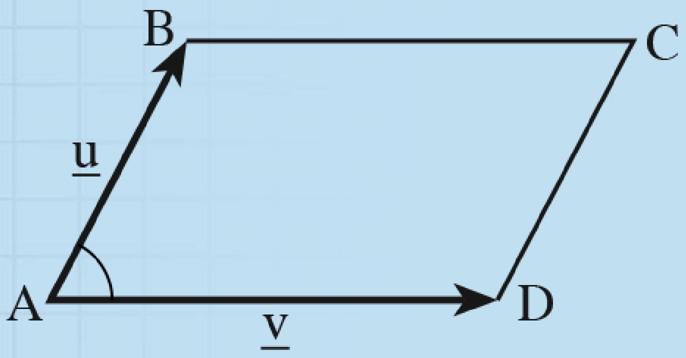
חישובים במישור בעזרת המכפלה הסקלרית (הווקטור הגיאומטרי)

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 351, ת. 20

השאלה

20) במקבילית $ABCD$ ששטחה $\sqrt{27}$ והזוית B
היא זוית קהה נתון: $|AB| = 2$, $|AD| = 3$.
הנקודה E מקיימת $\overrightarrow{BE} = t\overrightarrow{BC}$.
נסמן: $\underline{u} = \overrightarrow{AB}$, $\underline{v} = \overrightarrow{AD}$.
א. הבע את $|\overrightarrow{AE}|$ בעזרת $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-t.
ב. מצא את t עבורו $|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{7}$.

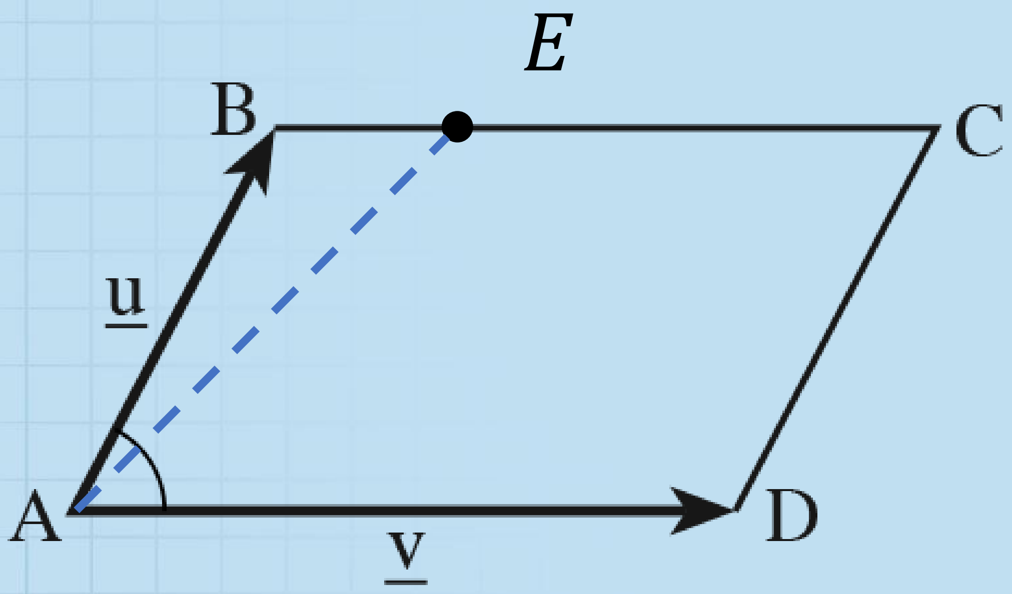


במקבילית ABCD ששטחה $\sqrt{27}$ והזוית B היא זוית קהה נתון: $|AB| = 2$, $|AD| = 3$.

הנקודה E מקיימת $\overrightarrow{BE} = t\overrightarrow{BC}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.

א. הבע את $|\overrightarrow{AE}|$ בעזרת $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-t.

פתרון



הנקודה E על הישר BC

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \underline{u} + t\underline{v}$$

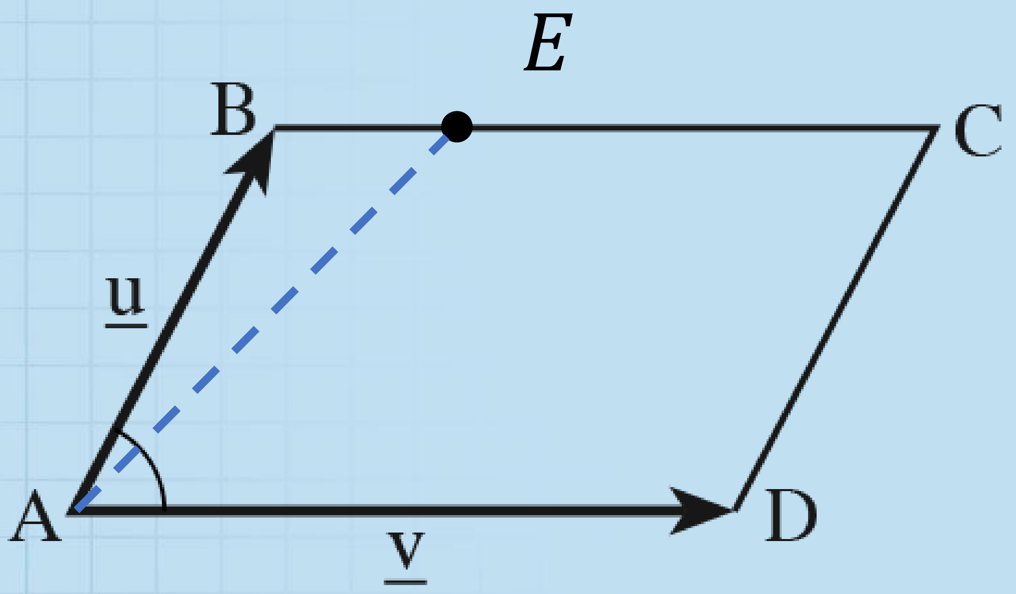
$$|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{(\underline{u} + t\underline{v}) \cdot (\underline{u} + t\underline{v})}$$

במקבילית ABCD ששטחה $\sqrt{27}$ והזווית B היא זווית קהה נתון: $|AB| = 2$, $|AD| = 3$.

הנקודה E מקיימת $\overrightarrow{BE} = t\overrightarrow{BC}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.

א. הבע את $|\overrightarrow{AE}|$ בעזרת $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-t.

פתרון



$$|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{(\underline{u} + t\underline{v}) \cdot (\underline{u} + t\underline{v})}$$

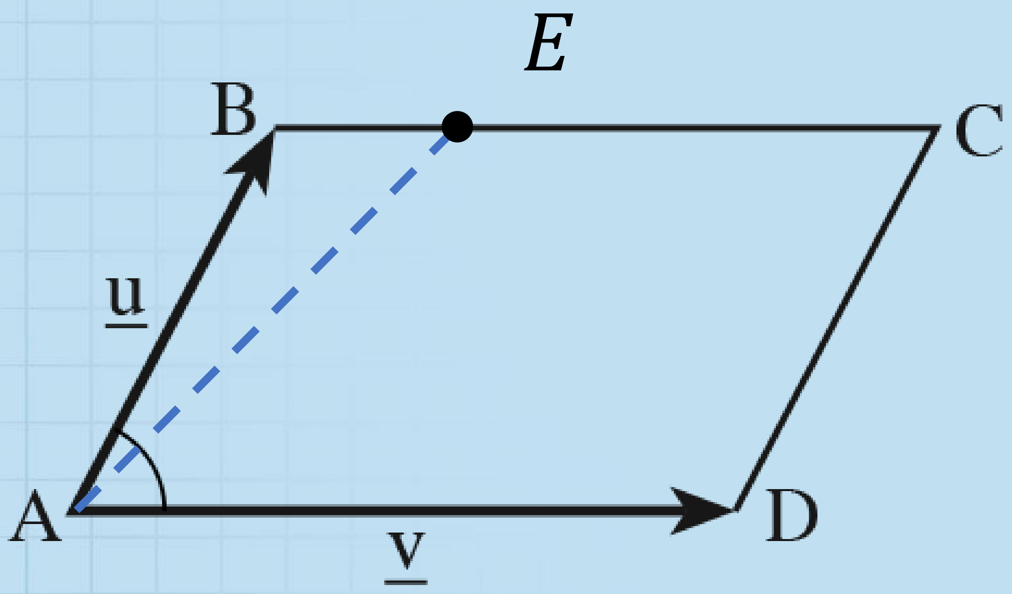
$$= \sqrt{|\underline{u}|^2 + 2t\underline{u} \cdot \underline{v} + t^2|\underline{v}|^2}$$

במקבילית ABCD ששטחה $\sqrt{27}$ והזווית B היא זוית קהה נתון: $|AB| = 2$, $|AD| = 3$.

הנקודה E מקיימת $\overrightarrow{BE} = t\overrightarrow{BC}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.

ב. מצא את t עבורו $|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{7}$.

פתרון



נדרוש:

$$|\underline{u}|^2 + 2t\underline{u}\cdot\underline{v} + t^2|\underline{v}|^2 = 7$$

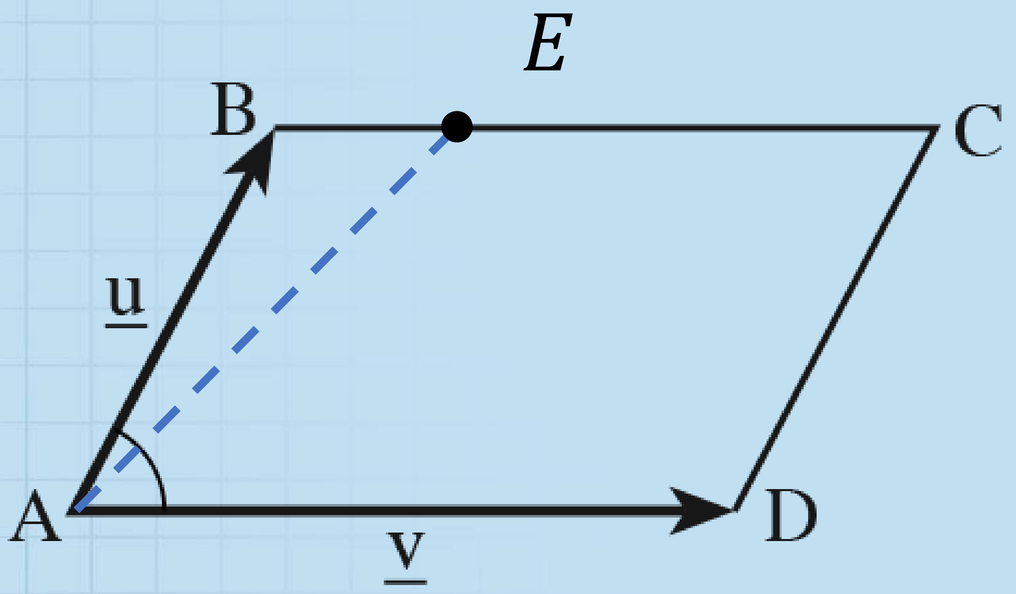
נמצא את זווית $\measuredangle BAD$

במקבילית ABCD ששטחה $\sqrt{27}$ והזווית B היא זווית קהה נתון: $|AB| = 2$, $|AD| = 3$.

הנקודה E מקיימת $\overrightarrow{BE} = t\overrightarrow{BC}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.

ב. מצא את t עבורו $|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{7}$.

פתרון



$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin\measuredangle BAD = \sqrt{27}$$

$$2 \cdot 3 \cdot \sin\measuredangle BAD = \sqrt{27}$$

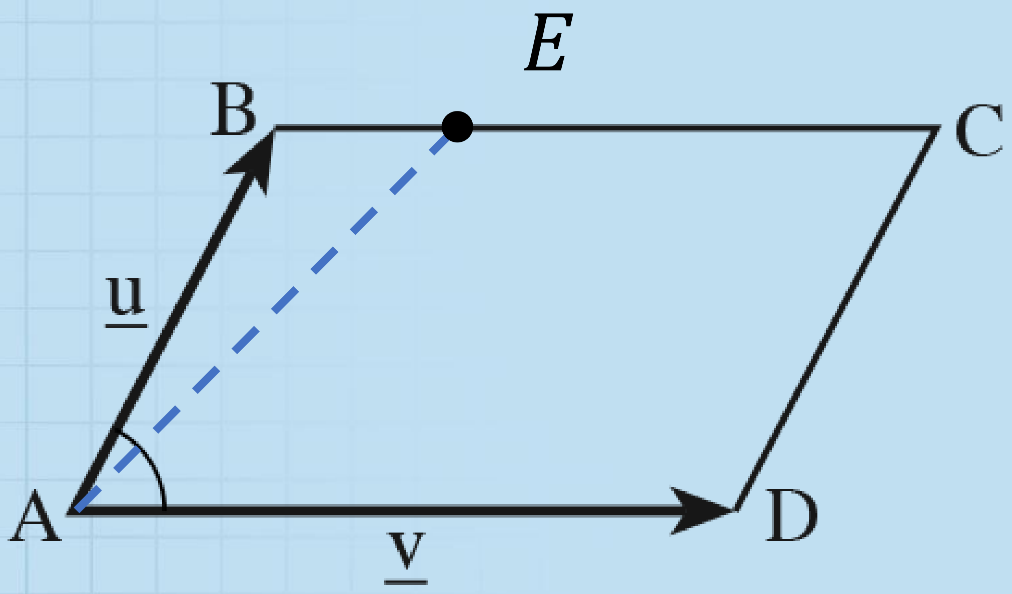
$$\sin\measuredangle BAD = \frac{\sqrt{27}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

במקבילית ABCD ששטחה $\sqrt{27}$ והזווית B היא זוית קהה נתון: $|AB| = 2$, $|AD| = 3$.

הנקודה E מקיימת $\overrightarrow{BE} = t\overrightarrow{BC}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.

ב. מצא את t עבורו $|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{7}$.

פתרון



$$\sin \sphericalangle BAD = \sin 60°$$

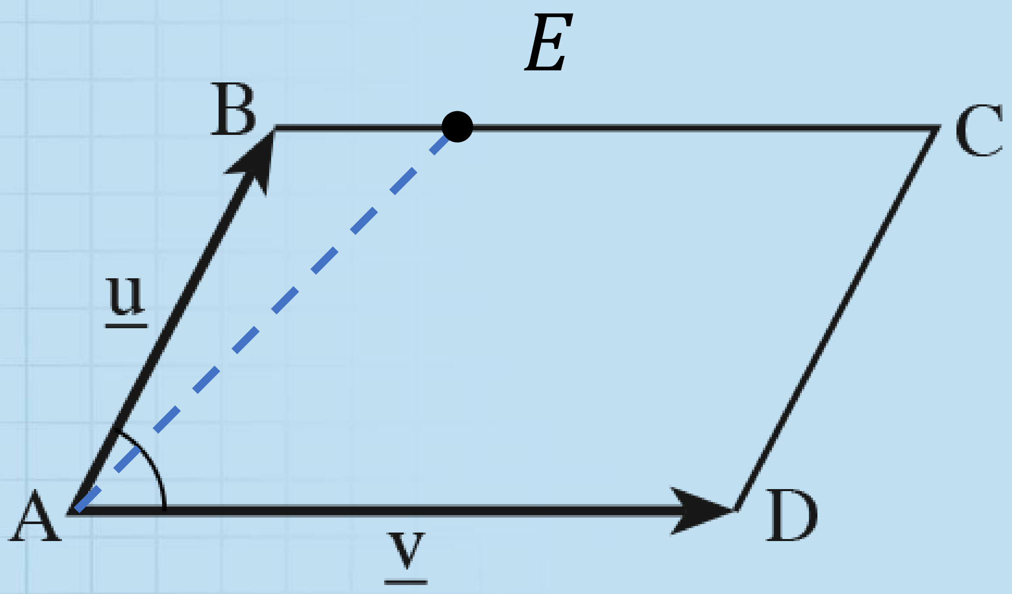
נתון כי זווית B היא זווית קהה, לכן זווית A חדה

$$\sphericalangle \boldsymbol{BAD = 60°}$$

במקבילית ABCD ששטחה $\sqrt{27}$ והזוית B היא זוית קהה נתון: $|AB| = 2$, $|AD| = 3$.
הנקודה E מקיימת $\overrightarrow{BE} = t\overrightarrow{BC}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.

ב. מצא את t עבורו $|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{7}$.

פתרון



$$|\underline{u}|^2 + 2t\underline{u}\cdot\underline{v} + t^2|\underline{v}|^2 = 7$$

$$2^2 + 2t\cdot 2\cdot 3\cdot \cos 60° + t^2\cdot 3^2 = 7$$

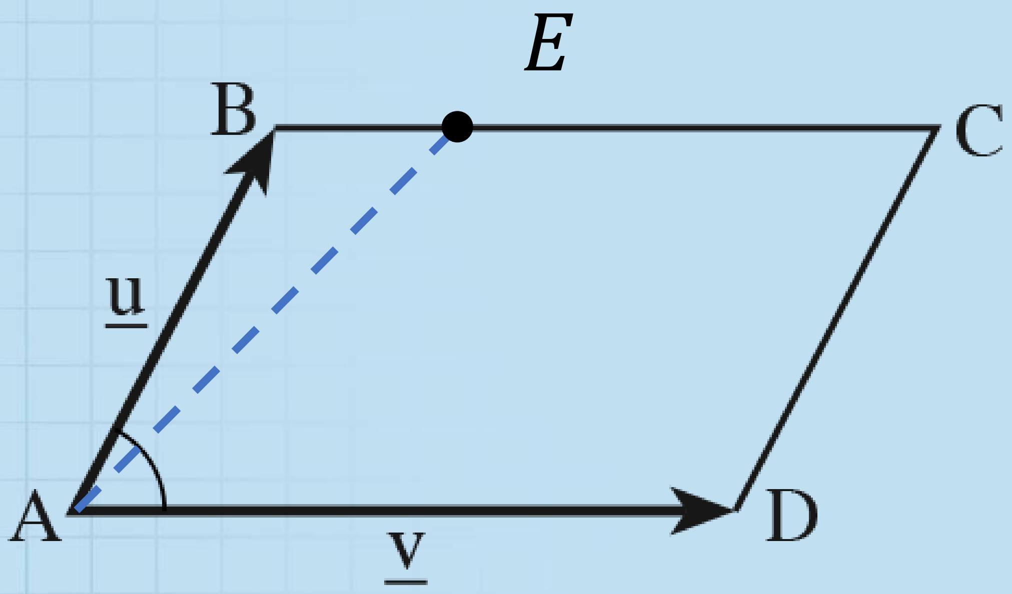
$$4 + 6t + 9t^2 = 7$$

במקבילית ABCD ששטחה $\sqrt{27}$ והזוית B היא זוית קהה נתון: $|AB| = 2$, $|AD| = 3$.

הנקודה E מקיימת $\overrightarrow{BE} = t\overrightarrow{BC}$. נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.

ב. מצא את t עבורו $|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{7}$.

פתרון



$$9t^2 + 6t - 3 = 0$$

$$3t^2 + 2t - 1 = 0$$

$$\boldsymbol{t = -1} \qquad \boldsymbol{t = \frac{1}{3}}$$

בהצלחה