פתרון תרגיל

תרגילים לחזרה – מקומות גיאומטריים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 220, ת. 8

המצגת נערכה ע"י **שירי דוברין**

השאלה

8) א. מצא וזהה את המקום הגיאומטרי של מרכזי המעגלים הנמצאים ברביע הראשון ומשיקים לציר ה-y ולמעגל שמשוואתו: $x^2+y^2-6x=0$.

ב. מצא את משוואתו של המעגל שמרכזו על ציר ה-x, רדיוסו $\sqrt{72}$ והוא משיק למקום הגיאומטרי שמצאת בשתי נקודות.

א. מצא וזהה את המקום הגיאומטרי של מרכזי המעגלים הנמצאים ברביע הראשון ומשיקים לציר ה-y ולמעגל שמשוואתו: $x^2+y^2-6x=0$.

פתרון

על מנת לסרטט את מערך הנתונים, נבצע השלמה לריבוע למעגל הנתון:

$$x^2-6x+y^2=0$$

$$(x-3)^2-9+y^2=0$$

$$(x-3)^2+y^2=9$$

א. מצא וזהה את המקום הגיאומטרי של מרכזי המעגלים הנמצאים ברביע הראשון ומשיקים לציר ה-y ולמעגל שמשוואתו: $x^2+y^2-6x=0$.

פתרון

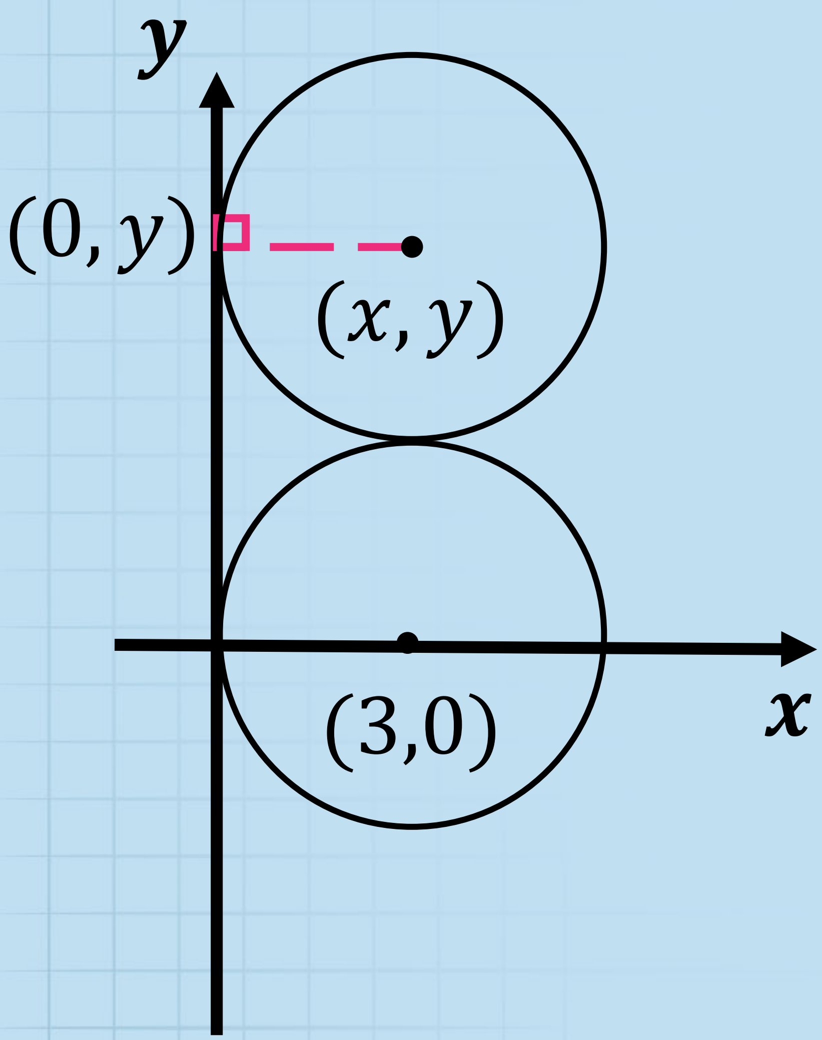
$$(x-3)^2+y^2=9$$

מרכז המעגל הנתון $(3,0)$ ורדיוסו $R=3$

גם המעגל הנתון משיק לציר y

א. מצא וזהה את המקום הגיאומטרי של מרכזי המעגלים הנמצאים ברביע הראשון ומשיקים לציר ה-y ולמעגל שמשוואתו: $x^2+y^2-6x = 0$.

פתרון



תנאי שמעגל ישיק לציר y:
אורך הרדיוס שווה בגודלו לשיעור ה-x של מרכז המעגל.

נבטא את המרחק בין מרכזי המעגלים בשתי דרכים:
נוסחת מרחק בין שתי נקודות
המרחק בין מרכזי מעגלים משיקים שווה לסכום הרדיוסים

א. מצא וזהה את המקום הגיאומטרי של מרכזי המעגלים הנמצאים ברביע הראשון ומשיקים לציר ה-y ולמעגל שמשוואתו: $x^2+y^2-6x=0$.

פתרון

$$x+3=\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$x^2+6x+9=x^2-6x+9+y^2$$

$$y^2=12x$$ פרבולה

ב. מצא את משוואתו של המעגל שמרכזו על ציר ה-x, רדיוסו $\sqrt{72}$ והוא משיק למקום הגיאומטרי שמצאת בשתי נקודות.

פתרון

מרכז המעגל הנתון: $(a,0)$

משוואת המעגל: $(x-a)^2+y^2=72$

אם מעגל זה משיק לפרבולה שמצאנו בסעיף הקודם בשתי נקודות בלבד,
נוכל להשוות בין שתי המשוואות ולדרוש פתרון יחיד עבור x.
שתי נקודות ההשקה יתקבלו מהצבת ערך x יחיד במשוואת המעגל

פרבולה: $y^2=12x$

ב. מצא את משוואתו של המעגל שמרכזו על ציר ה-x, רדיוסו $\sqrt{72}$ והוא משיק למקום הגיאומטרי שמצאת בשתי נקודות.

פתרון

$$(x-a)^2+12x=72$$

$$x^2-2ax+a^2+12x=72$$

$$x^2+2(6-a)x+a^2-72=0$$

לקבלת פתרון יחיד עבור x, נדרוש: $\Delta=0$

ב. מצא את משוואתו של המעגל שמרכזו על ציר ה-x, רדיוסו $\sqrt{72}$ והוא משיק למקום הגיאומטרי שמצאת בשתי נקודות.

פתרון

$$[2(6-a)]^2 - 4\cdot 1\cdot (a^2-72) = 0$$

$$36 - 12a + a^2 - a^2 + 72 = 0$$

$$108 = 12a$$

$$\boldsymbol{a = 9}$$

ב. מצא את משוואתו של המעגל שמרכזו על ציר ה-x, רדיוסו $\sqrt{72}$ והוא משיק למקום הגיאומטרי שמצאת בשתי נקודות.

פתרון

משוואת המעגל המבוקש: $(x-9)^2+y^2=72$

בהצלחה