פתרון תרגיל

הוכחות בטריגונומטריה באמצעות וקטורים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 380, ת. 6

המצגת נערכה ע״י **שירי דוברין**

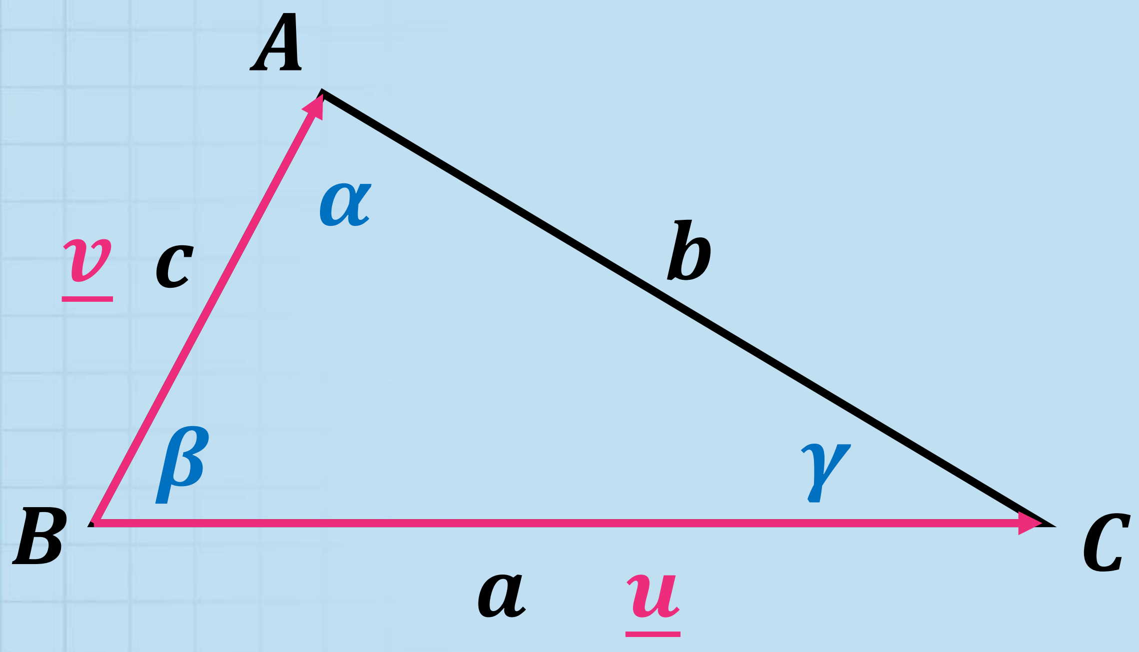
השאלה

6) במשולש ABC נסמן: $\underline{u} = \overrightarrow{BC}$, $\underline{v} = \overrightarrow{BA}$.

הוכח: אם $\underline{u} \cdot \underline{v} \neq 0$ אז $\frac{a}{c} = \frac{c - b\cos\alpha}{a - b\cos\gamma}$.

הוכח: אם $\underline{u}\cdot\underline{v}\neq 0$ אז $\frac{a}{c}=\frac{c-b\cos\alpha}{a-b\cos\gamma}$.

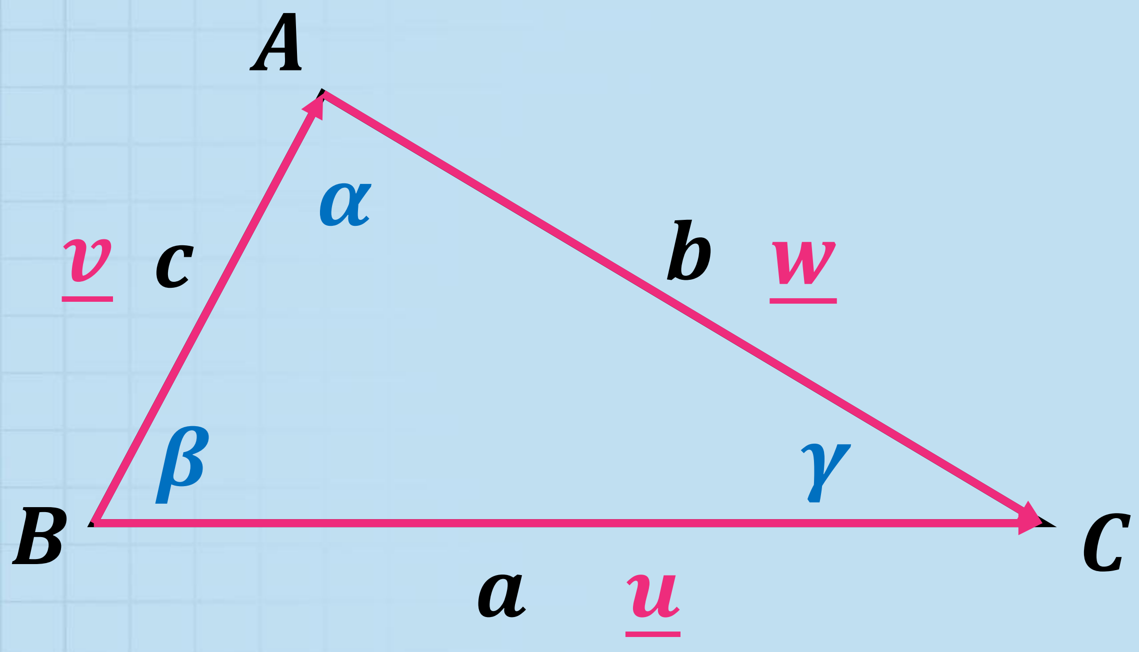
פתרון



נסמן: $\overrightarrow{AC}=\underline{w}$

הוכח: אם $\underline{u}\cdot\underline{v}\neq 0$ אז $\frac{a}{c}=\frac{c-b\cos\alpha}{a-b\cos\gamma}$.

פתרון



$$b\cos\alpha+a\cos\beta=$$

$$=|\underline{w}|\cdot\frac{-\underline{v}\cdot\underline{w}}{|\underline{v}|\cdot|\underline{w}|}+|\underline{u}|\cdot\frac{\underline{u}\cdot\underline{v}}{|\underline{u}|\cdot|\underline{v}|}$$

$$=\frac{-\underline{v}\cdot\underline{w}}{|\underline{v}|}+\frac{\underline{u}\cdot\underline{v}}{|\underline{v}|}=\frac{\underline{v}(\underline{u}-\underline{w})}{|\underline{v}|}$$

הוכח: אם $\underline{u}\cdot\underline{v}\neq 0$ אז $\frac{c-b\cos\alpha}{a-b\cos\gamma}=\frac{a}{c}$.

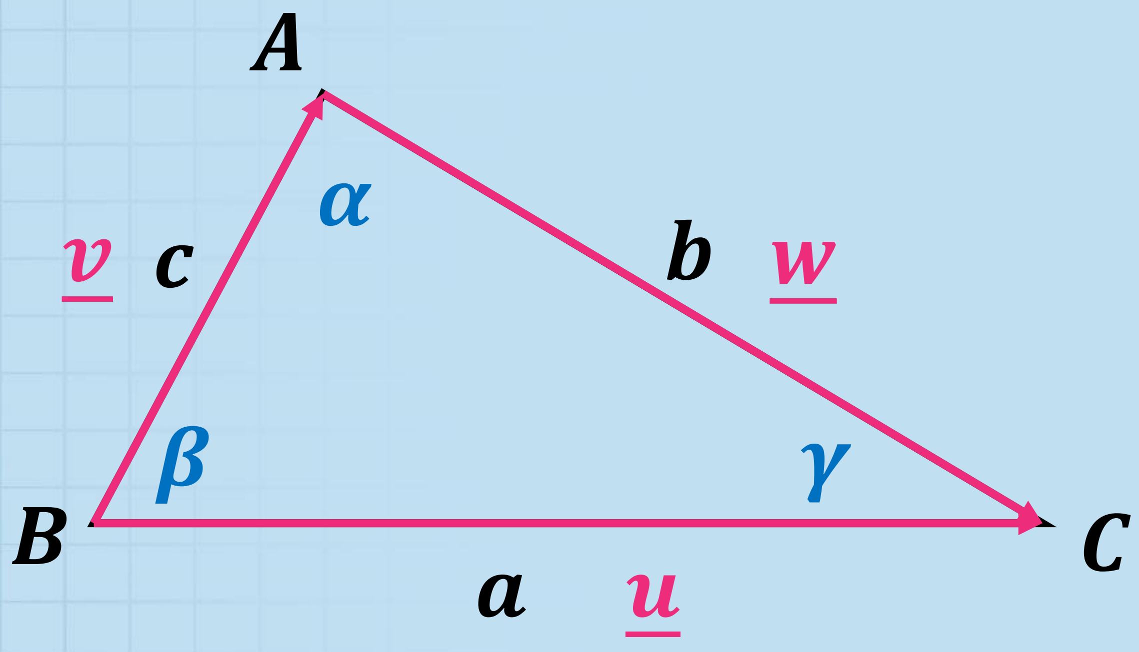
פתרון

$$b\cos\alpha + a\cos\beta = \frac{\underline{v}\cdot\underline{v}}{|\underline{v}|} = |\underline{v}| = c$$

$$\boldsymbol{c - b\cos\alpha = a\cos\beta}$$

הוכח: אם $\underline{u} \cdot \underline{v} \neq 0$ אז $\frac{a}{c} = \frac{c - b\cos\alpha}{a - b\cos\gamma}$.

פתרון



$$b\cos\gamma + c\cos\beta =$$

$$= |\underline{w}| \cdot \frac{\underline{u} \cdot -\underline{w}}{|\underline{u}| \cdot |\underline{w}|} + |\underline{v}| \cdot \frac{\underline{u} \cdot \underline{v}}{|\underline{u}| \cdot |\underline{v}|}$$

$$= \frac{\underline{u} \cdot -\underline{w}}{|\underline{u}|} + \frac{\underline{u} \cdot \underline{v}}{|\underline{u}|} = \frac{\underline{u}(\underline{v} - \underline{w})}{|\underline{u}|}$$

הוכח: אם $\underline{u} \cdot \underline{v} \neq 0$ אז $\frac{a}{c} = \frac{c - b\cos\alpha}{a - b\cos\gamma}$.

פתרון

$$b\cos\gamma + c\cos\beta = \frac{\underline{u} \cdot \underline{u}}{|\underline{u}|} = |\underline{u}| = a$$

$$\boldsymbol{a - b\cos\gamma = c\cos\beta}$$

הוכח: אם $\underline{u} \cdot \underline{v} \neq 0$ אז $\frac{c - b\cos\alpha}{a - b\cos\gamma} = \frac{a}{c}$.

פתרון

$$\Downarrow$$

$$\frac{c - b\cos\alpha}{a - b\cos\gamma} = \frac{a\cos\beta}{c\cos\beta} \qquad / \div \cos\beta \neq 0$$

$$\frac{c - b\cos\alpha}{a - b\cos\gamma} = \frac{a}{c}$$

מ.ש.ל

בהצלחה