פתרון תרגיל

הוכחות גיאומטריות בעזרת המכפלה הסקלרית

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 373, ת. 9

השאלה

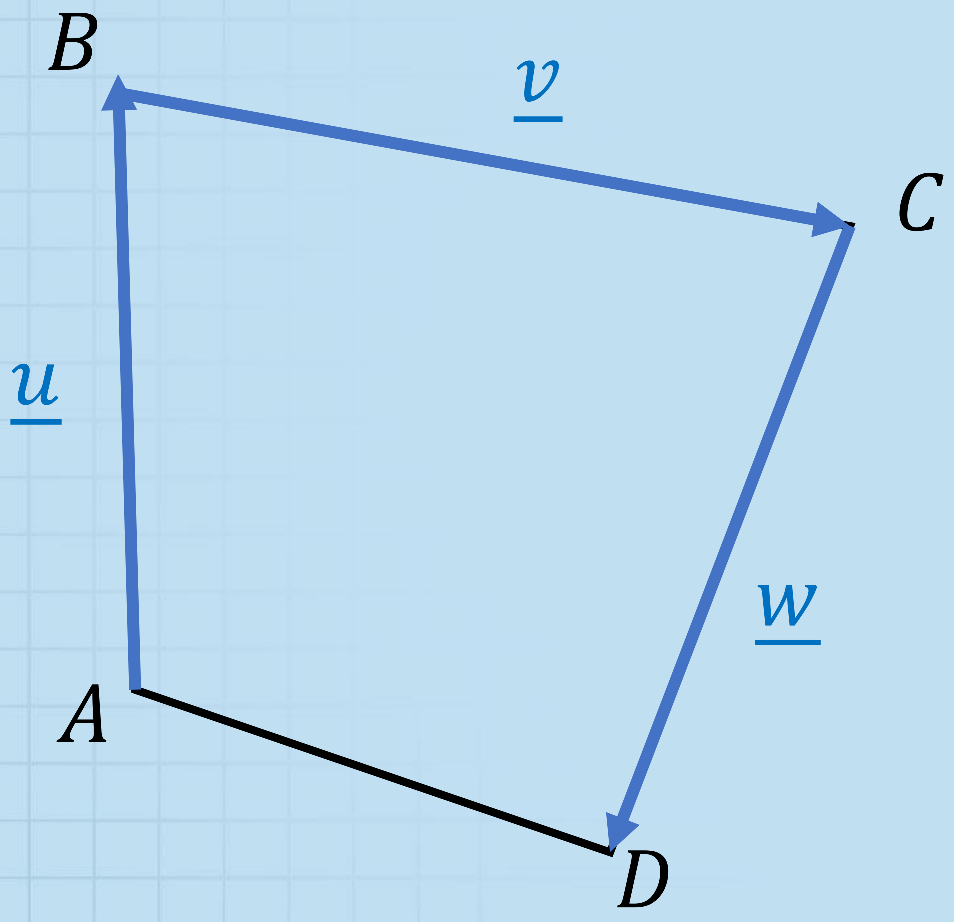
9) הוכח: בכל מרובע ABCD מתקיים: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.

(**הדרכה:** סמן $\underline{u} = \overrightarrow{AB}$, $\underline{v} = \overrightarrow{BC}$, $\underline{w} = \overrightarrow{CD}$).

הוכח: בכל מרובע ABCD מתקיים: $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}$.

(הדרכה: סמן $\underline{u} = \overrightarrow{AB}$, $\underline{v} = \overrightarrow{BC}$, $\underline{w} = \overrightarrow{CD}$).

פתרון



אגף שמאל:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC} =$$

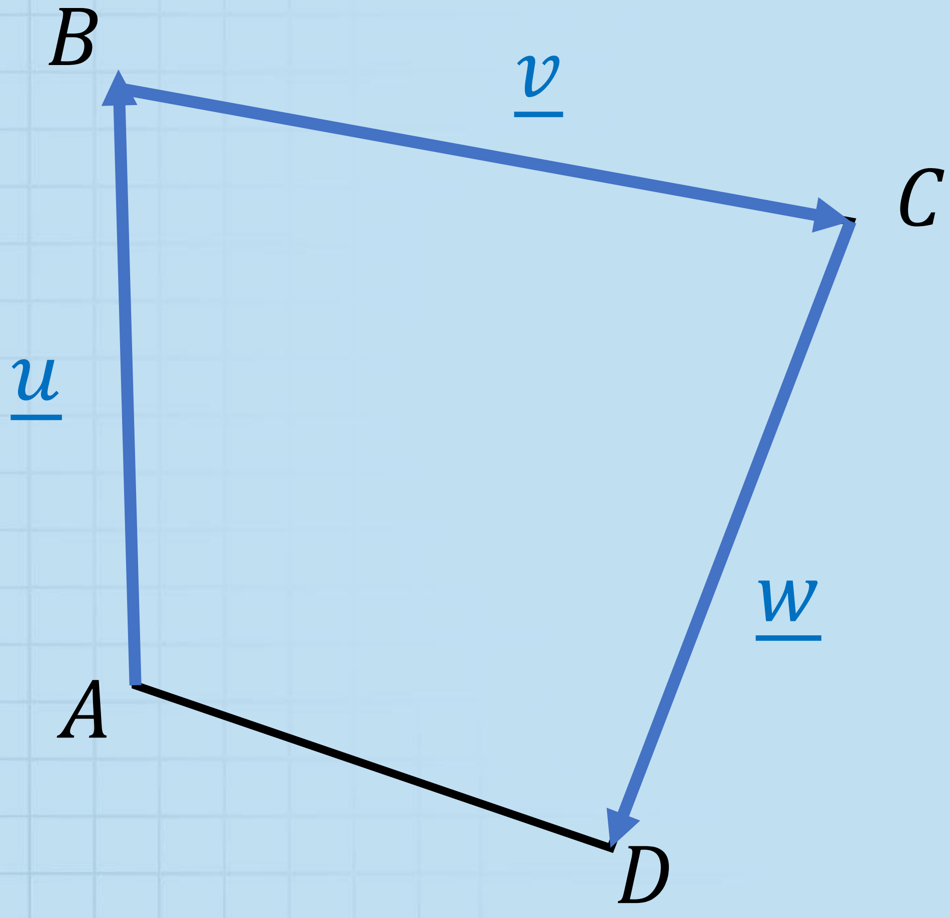
$$\underline{u}\cdot\underline{w} + (\underline{u}+\underline{v}+\underline{w})\cdot\underline{v} =$$

$$\underline{\boldsymbol{u}}\cdot\underline{\boldsymbol{w}} + \underline{\boldsymbol{u}}\cdot\underline{\boldsymbol{v}} + \underline{\boldsymbol{v}}\cdot\underline{\boldsymbol{v}} + \underline{\boldsymbol{w}}\cdot\underline{\boldsymbol{v}}$$

הוכח: בכל מרובע ABCD מתקיים: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$.

(**הדרכה:** סמן $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{BC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{CD}=\underline{w}$).

פתרון



אגף ימין:

$$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$$

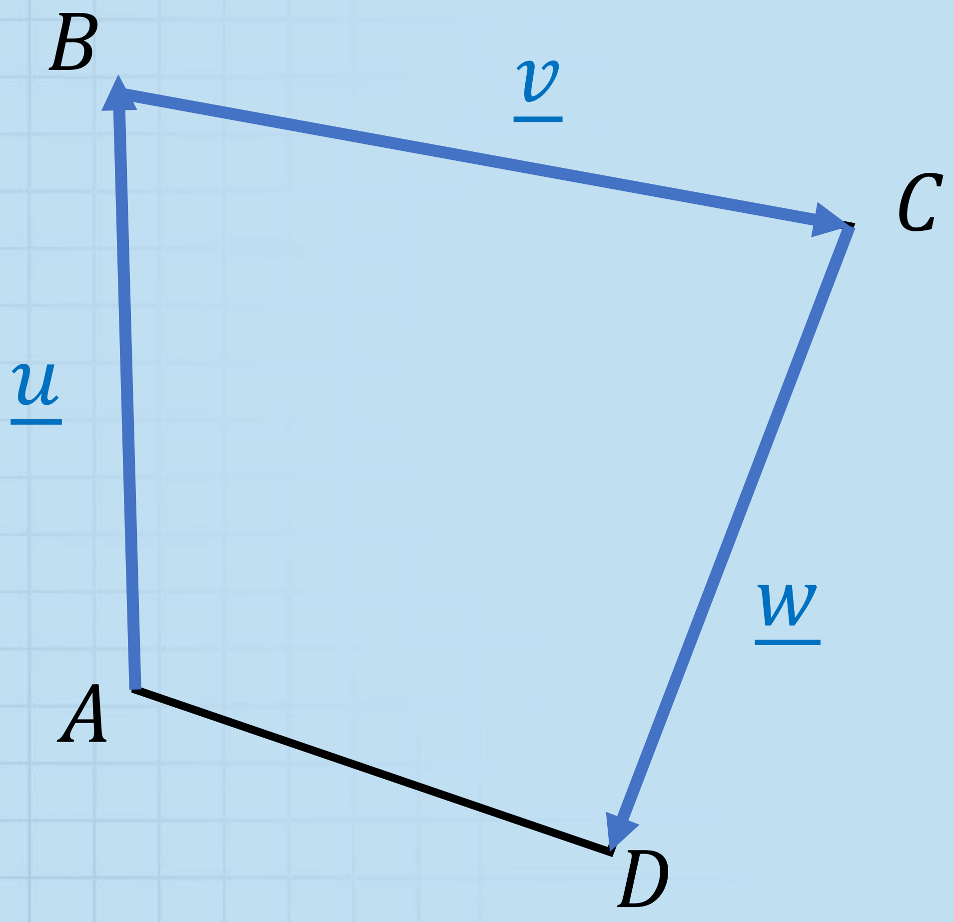
$$(\underline{u}+\underline{v})\cdot(\underline{v}+\underline{w})=$$

$$\underline{\boldsymbol{u}}\cdot\underline{\boldsymbol{v}}+\underline{\boldsymbol{u}}\cdot\underline{\boldsymbol{w}}+\underline{\boldsymbol{v}}\cdot\underline{\boldsymbol{v}}+\underline{\boldsymbol{v}}\cdot\underline{\boldsymbol{w}}$$

הוכח: בכל מרובע ABCD מתקיים: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.

(הדרכה: סמן $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{CD} = \underline{w}$).

פתרון



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$$

בהצלחה