פתרון תרגיל

תרגילים נוספים לחזרה – גיאומטריה אנליטית

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 227, ת. 14

המצגת נערכה ע"י **שירי דוברין**

השאלה

14) דרך נקודה A שעל הפרבולה $y^2 = 12x$ מעבירים משיק לפרבולה. המשיק חותך את ציר ה-y בנקודה B. דרך הנקודה B מעבירים אנך למשיק. האנך חותך את ציר ה-x בנקודה F.

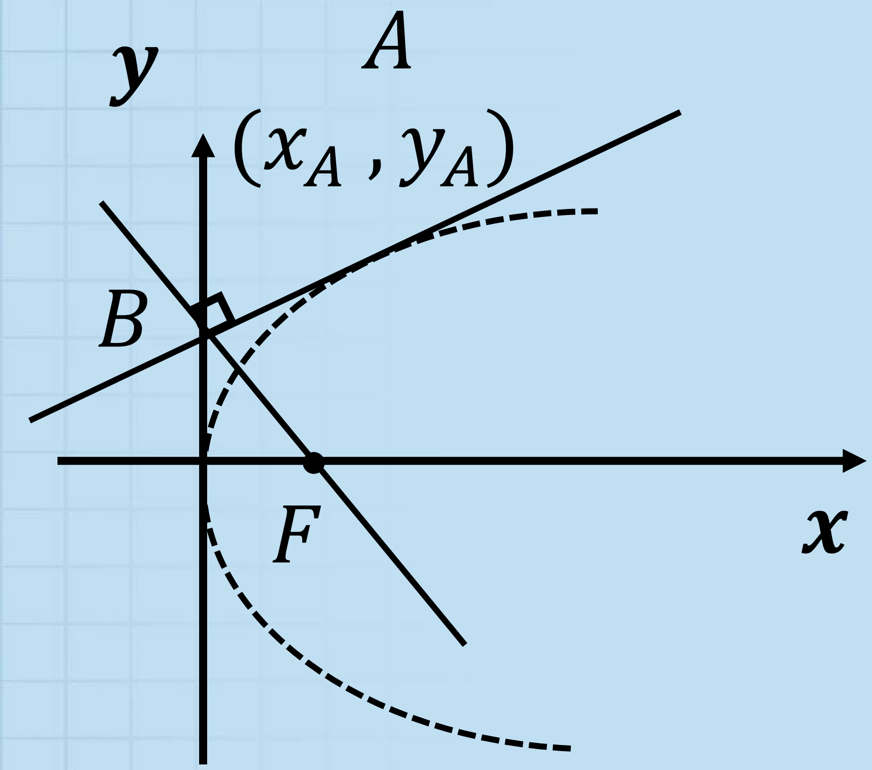
א. הוכח: הנקודה F היא מוקד הפרבולה.

ב. הנקודה C היא אמצע הקטע AF. הוכח: הישר BC מקביל לציר ה-x.

ג. מצא את המקום הגיאומטרי שעליו מונחות כל הנקודות C.

א. הוכח: הנקודה F היא מוקד הפרבולה. $y^2 = 12x$

פתרון



מוקד הפרבולה $\left(\frac{p}{2},0\right)$

צ.ל.: $F(3,0)$

א. הוכח: הנקודה F היא מוקד הפרבולה. $y^2 = 12x$

פתרון

משוואת משיק לפרבולה בנקודה שעליה $y \cdot y_0 = p(x + x_0)$

משוואת המשיק: $y \cdot y_A = 6(x + x_A)$

הנקודה B , חיתוך המשיק עם ציר y: $x_B = 0$

$$y_B \cdot y_A = 6(0 + x_A)$$

א. הוכח: הנקודה F היא מוקד הפרבולה.

$y^2 = 12x$

פתרון

$$y_B = \frac{6}{y_A} \cdot x_A$$

הנקודה A על הפרבולה ולכן מקיימת את משוואתה

$$y_B = \frac{6}{y_A} \cdot \frac{y_A^2}{12} = \frac{y_A}{2}$$

$$\boldsymbol{B\left(0, \frac{y_A}{2}\right)}$$

א. הוכח: הנקודה F היא מוקד הפרבולה. $y^2 = 12x$

פתרון

שיפוע המשיק: $m = \frac{6}{y_A}$

$\Downarrow$

שיפוע האנך: $m = -\frac{y_A}{6}$

א. הוכח: הנקודה F היא מוקד הפרבולה. $y^2 = 12x$

פתרון

משוואת האנך ששיפועו $m = -\frac{y_A}{6}$ העובר דרך הנקודה $B\left(0,\frac{y_A}{2}\right)$

$$y - \frac{y_A}{2} = -\frac{y_A}{6}x$$

הנקודה F , חיתוך האנך עם ציר x : $y_F = 0$

$$0 - \frac{y_A}{2} = -\frac{y_A}{6}x_F$$

א. הוכח: הנקודה F היא מוקד הפרבולה. $y^2 = 12x$

פתרון

$$-\frac{y_A}{2} = -\frac{y_A}{6}x_F$$

$$\boldsymbol{x_F = 3}$$

מ.ש.ל $F(3,0)$

ב. הנקודה C היא אמצע הקטע AF. הוכח: הישר BC מקביל לציר ה-x.

פתרון

צ.ל.: $y_C = y_B = \frac{y_A}{2}$

הנקודה C אמצע $A(x_A, y_A)$ ו- $F(3,0)$

$$y_C = \frac{y_A + y_F}{2} = \frac{y_A}{2}$$

מ.ש.ל

ג. מצא את המקום הגיאומטרי שעליו מונחות כל הנקודות C.

פתרון

הנקודה C אמצע $A(x_A, y_A)$ ו- $F(3,0)$

$$y_C = \frac{y_A}{2}$$

$$x_C = \frac{x_A + x_F}{2} = \frac{x_A + 3}{2}$$

$$\mathbf{2y_C = y_A}$$

$$\mathbf{2x_C - 3 = x_A}$$

ג. מצא את המקום הגיאומטרי שעליו מונחות כל הנקודות C.

פתרון

הנקודה A על הפרבולה ולכן מקיימת את משוואתה

$$y_A^2 = 12x_A$$

$$\Downarrow$$

$$(2y_C)^2 = 12(2x_C - 3)$$

$$(y_C)^2 = 3(2x_C - 3)$$

$$\boldsymbol{y_C^2 = 6x_C - 9}$$

בהצלחה