פתרון תרגיל

הוכחת תכונות של וקטורים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 320, ת. 7

השאלה

7) $ABCD$ ו-$A'B'C'D'$ הן שתי מקבילות במרחב. הנקודות O ו-O' הן בהתאמה מפגשי האלכסונים במקביליות.

הוכח: $\frac{1}{4}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{DD'}) = \overrightarrow{OO'}$. (**הדרכה:** ראה תרגיל 3 בעמ' הקודם).

7) $ABCD$ ו-$A'B'C'D'$ הן שתי מקבילות במרחב. הנקודות O ו-O' הן בהתאמה מפגשי האלכסונים במקביליות. הוכח: $\overrightarrow{OO'} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{DD'})$.

פתרון

3) הנקודה M היא מפגש האלכסונים במקבילית $ABCD$.

הוכח: לכל נקודה O מתקיים $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.

7) ABCD ו-$A'B'C'D'$ הן שתי מקבילות במרחב. הנקודות O ו-O' הן בהתאמה מפגשי האלכסונים במקביליות. הוכח: $\overrightarrow{OO'} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{DD'})$.

פתרון

עבור הנקודה G , נקודה כלשהי במרחב ולכן עפ"י **תרגיל 3**

$$\overrightarrow{GO'} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} + \overrightarrow{GD'}\right)$$

$$\overrightarrow{GO} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}\right)$$

7) ABCD ו-$A'B'C'D'$ הן שתי מקבילות במרחב. הנקודות O ו-O' הן בהתאמה מפגשי האלכסונים במקביליות. הוכח: $\overrightarrow{OO'} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{DD'})$.

פתרון

$$\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GO'} = -\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GO'}$$

$$= -\frac{1}{4}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) + \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} + \overrightarrow{GD'}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(-\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA'} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB'} - \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC'} - \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GD'}\right)$$

7) $ABCD$ ו-$A'B'C'D'$ הן שתי מקבילות במרחב. הנקודות O ו-O' הן בהתאמה מפגשי האלכסונים במקביליות. הוכח: $\overrightarrow{OO'} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{DD'})$.

פתרון

$$\overrightarrow{OO'} = \frac{1}{4}\left(-\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA'} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB'} - \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC'} - \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GD'}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(\underbrace{\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GA'}} + \underbrace{\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GB'}} + \underbrace{\overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GC'}} + \underbrace{\overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GD'}}\right)$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{OO'} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{DD'}\right)}$$

בהצלחה