# תרגיל לדוגמה
# חוקי חזקות

## מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482 , עמ' 13–14, דוגמאות א' ו–ב'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

# תרגיל לדוגמה

## המספרים הראשוניים

לפני שנביא דוגמאות נזכיר מהם המספרים הראשוניים. **המספרים הראשוניים** הם כל המספרים הטבעיים שמתחלקים ללא שארית **בדיוק בשני** מספרים טבעיים. (למעשה, המספרים הראשוניים הם כל המספרים הטבעיים שמתחלקים ללא שארית רק בעצמם וב-1, לא כולל 1). המספרים הראשוניים הראשונים הם: 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

**כל מספר טבעי ניתן לפרק למכפלה של מספרים ראשוניים והחזקות שלהם בצורה יחידה.**

# תרגיל לדוגמה

## דוגמא א':

מצא מה גדול יותר:

(1) $9^{301}$ או $27^{200}$ (2) $5^{200}$ או $2^{500}$ (3) $5^{30}$ או $4 \cdot 5^{29}$

# תרגיל לדוגמה

## דוגמא א':

מצא מה גדול יותר:

(1) $9^{301}$ או $27^{200}$

נביע את שני הבסיסים בעזרת **הבסיס המשותף** שהוא 3.

$$9^{301} = \left(3^2\right)^{301} = 3^{602}$$

$$27^{200} = \left(3^3\right)^{200} = 3^{600}.$$

**הבסיס 3 הוא גדול מ-1**

לכן: היות $600 < 602$-ו אז גם $3^{600} < 3^{602}$. $\Leftarrow$ $27^{200} < 9^{301}$.

# תרגיל לדוגמה

כאשר הבסיס הוא **חיובי** קיימים הכללים הבאים (גם ההיפך נכון):

(I) אם הבסיס גדול מ-1 אז אי השוויון שבין המעריכים הוא באותו הכיוון של אי השוויון שבין החזקות.

(II) אם הבסיס בין 0 ל-1 אז אי השוויון שבין המעריכים הוא הפוך בכיוונו לאי השוויון שבין החזקות.

**הערה:** אם הבסיס שלילי צריך לבדוק כל אי שוויון לגופו.

# תרגיל לדוגמה

## דוגמא א':

מצא מה גדול יותר:

(ב) $5^{200}$ או $2^{500}$

כאן הבסיסים הם 2 ו-5 ולא ניתן למצוא להם בסיס משותף לכן נתבונן ב**מעריכים**.

$$5^{200} = (5^2)^{100} = 25^{100}$$

$$2^{500} = (2^5)^{100} = 32^{100}.$$

היות ו-$32 > 25$ והמעריכים שווים שניהם ל-100 אז ברור שמתקיים גם $32^{100} > 25^{100}$,

$\Downarrow$

כלומר $2^{500} > 5^{200}$.

# תרגיל לדוגמה

## דוגמא א':

מצא מה גדול יותר:

(3) $5^{30}$ או $4\cdot5^{29}$

אם ניעזר בחוק (1) **מימין לשמאל** נוכל לרשום את המספר שבצד ימין באופן הבא:

$$\boxed{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$$

$\Leftarrow$ $5\cdot5^{29} = 5^1\cdot5^{29} = 5^{1+29} = 5^{30}$.

היות $4 < 5$-ו אז גם $4\cdot5^{29} < 5\cdot5^{29}$ $\Leftarrow$ $4\cdot5^{29} < 5^{30}$.

# תרגיל לדוגמה

**דוגמא ב':**

חשב את ערך הביטוי $\dfrac{2^{n+2}-2^{n+1}}{2^{n+3}}$ ($n$ מספר טבעי).

**פתרון:**

$$\frac{2^{n+2}-2^{n+1}}{2^{n+3}} = \frac{2^n\cdot 2^2-2^n\cdot 2^1}{2^n\cdot 2^3} = \frac{4\cdot 2^n-2\cdot 2^n}{8\cdot 2^n} = \frac{2\cdot 2^n}{8\cdot 2^n} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{a^n\cdot a^m = a^{n+m}}$$

# בהצלחה