הקנייה

חוקי חזקות

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482 , עמ' 11–13

המצגת נערכה ע״י שירי דוברין

הקנייה

הגדרת החזקה

הגדרת החזקה – אם a מספר כלשהו ו-n מספר טבעי אז a בחזקת n מוגדר באופן הבא:

$$\boxed{a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ פעמים}}}$$

המספר a נקרא **בסיס החזקה**, המספר n נקרא **מעריך החזקה**.

הקנייה

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\ \text{פעמים}}$$

הגדרת החזקה

פעולת החזקה היא למעשה קיצור של פעולת הכפל.

סדר פעולות החשבון,

וכמובן גם לפעולות החיבור והחיסור **בתנאי שאין סוגריים.**

בלי סוגריים – $3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24$, עם סוגריים – $(3 \cdot 2)^3 = 6^3 = 216$.

הקנייה

חוקי החזקות

(1) מכפלה של חזקות בעלות אותו בסיס

מכפלה של שתי חזקות בעלות אותו בסיס שווה לחזקה בעלת אותו הבסיס שהמעריך שלה הוא סכום המעריכים של שתי החזקות המוכפלות.

בנוסחה:

$$\boxed{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$$

$$6^2 \cdot 6^3 = (6 \cdot 6) \cdot (6 \cdot 6 \cdot 6) = 6^5 = 6^{2+3}$$

חוקי החזקות

(2) מנה של חזקות בעלות אותו בסיס

מנה של שתי חזקות בעלות אותו בסיס שווה לחזקה בעלת אותו הבסיס שהמעריך שלה הוא ההפרש שבין מעריך המונה למעריך המכנה.
(בשלב זה נניח שהמעריך של החזקה שבמונה יותר גדול מהמעריך של החזקה שבמכנה).

בנוסחה (נניח $n > m$): $\boxed{\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$ $(a \neq 0)$

$$\frac{3^7}{3^2} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3} = 3^5 = 3^{7-2}$$

$$\boxed{\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$$

הקנייה

חוקי החזקות

(2) מנה של חזקות בעלות אותו בסיס

בשלב זה אנו מניחים לגבי חוק זה ש- $m > n$.

נקבל $\frac{a^n}{a^n}$ וביטוי זה שווה ל- 1.

$n < m$ $\qquad$ $\frac{3^2}{3^3} = \frac{3\cdot3}{3\cdot3\cdot3} = \frac{1}{3}$.

חוקי החזקות

(3) חזקה של חזקה

חזקה של חזקה בעלת בסיס נתון שווה לחזקה של אותו הבסיס שהמעריך שלה הוא מכפלת המעריכים של שתי החזקות הקודמות.

בנוסחה: $\boxed{(a^n)^m = a^{n \cdot m}}$

$$(4^2)^3 = (4 \cdot 4)^3 = (4 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 4) = 4^6 = 4^{2 \cdot 3}$$

חוקי החזקות

(4) חזקה של מכפלת שני בסיסים

חזקה של מכפלת שני בסיסים שווה למכפלת החזקות בעלות אותו המעריך של שני הבסיסים.

בנוסחה:

$$\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$$

$$(5 \cdot 2)^3 = (5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2) = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 5^3 \cdot 2^3$$

חוקי החזקות

(5) חזקה של מנת שני בסיסים

חזקה של מנת שני בסיסים שווה למנת החזקות בעלות אותו המעריך של שני הבסיסים.

בנוסחה:

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}} \qquad (b \neq 0)$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2^4}{3^4}$$

הקנייה

שימו לב!

על מנת להשתמש בחוקי חזקו״ש **שני תנאים חייבים להתקיים**:

1. בסיס או מעריך זהה
2. כפל או חילוק בין האיברים

$$(5 \cdot 2)^3 = 5^3 \cdot 2^3$$

$$(5 + 2)^3 \neq 5^3 + 2^3$$

בהצלחה