פתרון תרגיל

סדרה עולה ויורדת

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 206, ת. 28

המצגת נערכה ע״י **שירי דוברין**

השאלה

28) סדרה מקיימת את הכלל: $a_1 = 0$, $a_{n+1} = a_n + \frac{3}{n^2+5n+6}$.

א. הוכח שהסדרה עולה לכל n טבעי.

ב. נתון שהאיבר הכללי של הסדרה הוא $a_n = \frac{n-b}{n+2}$.

מצא את b ואת האיבר שההפרש בינו לבין האיבר שלפניו הוא $\frac{30}{101} \cdot 10^{-3}$.

סדרה מקיימת את הכלל: $a_1 = 0$, $a_{n+1} = a_n + \frac{3}{n^2+5n+6}$. א. הוכח שהסדרה עולה לכל n טבעי.

פתרון

צ.ל.: $a_{n+1} > a_n$ לכל n

$$a_{n+1} - a_n = \frac{3}{n^2 + 5n + 6}$$

המכנה מתאר פרבולה ישרה החותכת את ציר הx עבור $n = -2, -3$

המכנה חיובי עבור $-2 < n$, $n < -3$

סדרה מקיימת את הכלל: $a_1 = 0$, $a_{n+1} = a_n + \frac{3}{n^2+5n+6}$. א. הוכח שהסדרה עולה לכל n טבעי.

פתרון

$$a_{n+1} - a_n = \frac{3}{n^2 + 5n + 6}$$

עפ"י ההגדרה n טבעי ולכן המכנה חיובי לכל n טבעי

$$\Downarrow$$

$$a_{n+1} - a_n > 0$$

ב. נתון שהאיבר הכללי של הסדרה הוא $a_n = \frac{n-b}{n+2}$.
מצא את b ואת האיבר שההפרש בינו לבין האיבר שלפניו הוא $\frac{30}{101} \cdot 10^{-3}$.

פתרון

נדרוש:

$$a_1 = 0$$

$$\frac{1-b}{1+2} = 0$$

$$\boldsymbol{b = 1}$$

ב. נתון שהאיבר הכללי של הסדרה הוא $a_n = \frac{n-b}{n+2}$.

מצא את b ואת האיבר שההפרש בינו לבין האיבר שלפניו הוא $\frac{30}{101} \cdot 10^{-3}$.

פתרון

נדרוש:

$$a_n - a_{n-1} = \frac{30}{101} \cdot 10^{-3}$$

מתוך הנתון:

$$a_{n+1} - a_n = \frac{3}{n^2 + 5n + 6}$$

מטרה: a_{n+1}

ב. נתון שהאיבר הכללי של הסדרה הוא $a_n = \frac{n-b}{n+2}$.

מצא את b ואת האיבר שההפרש בינו לבין האיבר שלפניו הוא $\frac{30}{101} \cdot 10^{-3}$.

פתרון

$$\frac{3}{n^2+5n+6} = \frac{30}{101} \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{1}{n^2+5n+6} = \frac{1}{10100}$$

$$n^2+5n+6 = 10100$$

ב. נתון שהאיבר הכללי של הסדרה הוא $a_n = \frac{n-b}{n+2}$.

מצא את b ואת האיבר שההפרש בינו לבין האיבר שלפניו הוא $\frac{30}{101} \cdot 10^{-3}$.

פתרון

$$n^2 + 5n - 10094 = 0$$

באמצעות נוסחת השורשים: $n = 98 , -103$

עפ"י ההגדרה n טבעי : $n = 98$

ב. נתון שהאיבר הכללי של הסדרה הוא $a_n = \frac{n-b}{n+2}$.

מצא את b ואת האיבר שההפרש בינו לבין האיבר שלפניו הוא $\frac{30}{101} \cdot 10^{-3}$.

פתרון

מטרה: a_{n+1}

$$a_{99} = \frac{99-1}{99+2} = \frac{98}{101}$$

בהצלחה