פתרון תרגיל

הסכום של סדרה כללית

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 191, ת. 22

המצגת נערכה ע"י **שירי דוברין**

השאלה

22) הסכומים החלקיים של סדרה שהאיבר הכללי שלה הוא a_n מקיימים את כלל הנסיגה:

$S_1 = c$, $S_{n+1} = S_n + b \cdot 7^n$. נתון: $S_2 = 16$, $a_2 = 4b + 3c$.

א. מצא את b ואת c.

ב. מצא כלל נסיגה לסדרת ה-a_n ע"י שתחשב את ההפרש $a_{n+1} - a_n$.

ג. מצא את הנוסחה ל-S_n.

$S_1 = c$, $S_{n+1} = S_n + b \cdot 7^n$. נתון: $S_2 = 16$, $a_2 = 4b+3c$.

א. מצא את b ואת c.

פתרון

עפ"י נוסחת הסכומים החלקיים:

$$s_2 = S_1 + b \cdot 7^1 = c + 7b$$

$$\boxed{c + 7b = 16}$$

$S_1 = c$, $S_{n+1} = S_n + b \cdot 7^n$. נתון: $S_2 = 16$, $a_2 = 4b+3c$.

א. מצא את b ואת c.

פתרון

עפ"י נוסחת הסכומים החלקיים:

$$a_{n+1} = s_{n+1} - S_n = b \cdot 7^n$$

$$a_2 = b \cdot 7^1$$

$$\boxed{7b = 4b + 3c}$$

$S_1 = c$, $S_{n+1} = S_n + b \cdot 7^n$. נתון: $S_2 = 16$, $a_2 = 4b+3c$.

א. מצא את b ואת c.

פתרון

$$\boxed{c + 7b = 16} \qquad \boxed{7b = 4b + 3c}$$

$$8b = 16 \quad \Rightarrow \quad b = c$$

$$\boldsymbol{b = c = 2}$$

ב. מצא כלל נסיגה לסדרת ה- a_n ע"י שתחשב את ההפרש $a_{n+1} - a_n$.

פתרון

$$a_{n+1} = s_{n+1} - S_n = 2 \cdot 7^n$$

$$\Downarrow$$

$$a_n = 2 \cdot 7^{n-1}$$

ב. מצא כלל נסיגה לסדרת ה- a_n ע״י שתחשב את ההפרש $a_{n+1} - a_n$.

פתרון

$\Downarrow$

$$a_{n+1} - a_n = 2 \cdot 7^n - 2 \cdot 7^{n-1} = 2 \cdot 7^{n-1}(7 - 1) = 12 \cdot 7^{n-1}$$

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 12 \cdot 7^{n-1} \\ a_1 = S_1 = 2 \end{cases}$$

ג. מצא את הנוסחה ל- S_n.

פתרון

$$a_n = 2 \cdot 7^{n-1}$$

נוכיח שהסדרה הנדסית:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2 \cdot 7^n}{2 \cdot 7^{n-1}} = 7$$

$$a_1 = 2 \cdot 7^{1-1} = 2$$

ג. מצא את הנוסחה ל- S_n.

פתרון

סכום סדרה הנדסית:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$\Downarrow$$

$$S_n = \frac{2(7^n - 1)}{7 - 1} = \frac{1}{3}(7^n - 1)$$

בהצלחה