הקנייה

המעבר מהכלל לפי מקום לכלל הנסיגה

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 176

המצגת נערכה ע"י **שירי דוברין**

הקנייה

המעבר מהכלל לפי מקום לכלל נסיגה

החיסרון העיקרי של ההגדרה בעזרת כלל נסיגה הוא, שכדי למצוא איבר מסויים צריך למצוא את כל האיברים שלפניו. מצד שני, בהרבה מקרים בניית הסדרה לפי כלל הנסיגה היא יותר פשוטה מבניית הסדרה לפי האיבר הכללי. בשלב זה נעסוק (רק לגבי סדרות חשבוניות והנדסיות) במעבר מהאיבר הכללי לכלל נסיגה, כלומר **מהנוסחה של** a_n **נעבור לנוסחה שתקשר בין** a_n **ל-** a_{n+1}. נעיר כבר כאן ש**לסדרה יכול להיות יותר מכלל נסיגה אחד.**

הקנייה

דוגמא ה':

האיבר הכללי של סדרה הוא $a_n = 3 \cdot 4^n$.

א. הוכח שהסדרה היא סדרה הנדסית.

ב. הגדר את הסדרה בעזרת כלל נסיגה ע"י שתחשב את:

(1) היחס $\frac{a_{n+1}}{a_n}$. (2) ההפרש $a_{n+1} - a_n$. (3) המכפלה $a_{n+1} \cdot a_n$.

הקנייה

דוגמא ה':

האיבר הכללי של סדרה הוא $a_n = 3\cdot4^n$.

א. הוכח שהסדרה היא סדרה הנדסית.

פתרון:

א. כדי להוכיח שהסדרה היא סדרה הנדסית צריך להוכיח שהיחס בין כל איבר לאיבר הקודם לו הוא קבוע ולא תלוי ב-n. כאן נקבל $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{3\cdot4^{n+1}}{3\cdot4^n} = 4^{n+1-n} = 4^1 = 4$,
כלומר הסדרה היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא 4.

הקנייה

דוגמא ה':

האיבר הכללי של סדרה הוא $a_n = 3 \cdot 4^n$.

ב. הגדר את הסדרה בעזרת כלל נסיגה ע"י שתחשב את:

(1) היחס $\frac{a_{n+1}}{a_n}$. (2) ההפרש $a_{n+1} - a_n$. (3) המכפלה $a_{n+1} \cdot a_n$.

פתרון:

ב. האיבר הראשון הוא $a_1 = 3 \cdot 4^1 = 12$.

(1) כפי שראינו בסעיף א', היחס הוא $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 4$.

לכן ההגדרה היא: $a_1 = 12$, $a_{n+1} = 4a_n$.

הקנייה

דוגמא ה':

האיבר הכללי של סדרה הוא $a_n = 3 \cdot 4^n$.

ב. הגדר את הסדרה בעזרת כלל נסיגה ע"י שתחשב את:

(1) היחס $\frac{a_{n+1}}{a_n}$. (2) ההפרש $a_{n+1} - a_n$. (3) המכפלה $a_{n+1} \cdot a_n$.

פתרון:

(2) נחשב את ההפרש $a_{n+1} - a_n$, נקבל:

$$a_{n+1} - a_n = 3 \cdot 4^{n+1} - 3 \cdot 4^n = 3 \cdot 4^n (4-1) = 9 \cdot 4^n.$$

לכן הגדרת הסדרה היא: $a_1 = 12$, $a_{n+1} = a_n + 9 \cdot 4^n$.

הקנייה

דוגמא ה׳:

האיבר הכללי של סדרה הוא $a_n = 3\cdot 4^n$.

ב. הגדר את הסדרה בעזרת כלל נסיגה ע״י שתחשב את:

(1) היחס $\frac{a_{n+1}}{a_n}$. (2) ההפרש $a_{n+1} - a_n$. (3) המכפלה $a_{n+1}\cdot a_n$.

פתרון:

(3) נחשב את המכפלה $a_{n+1}\cdot a_n$, נקבל:

$$a_{n+1}\cdot a_n = 3\cdot 4^n\cdot 3\cdot 4^{n+1} = 9\cdot 4^{n+n+1} = 9\cdot 4^{2n+1}.$$

לכן הגדרת הסדרה היא: $a_1 = 12$, $a_{n+1} = \frac{9\cdot 4^{2n+1}}{a_n}$.

בהצלחה