פתרון תרגיל

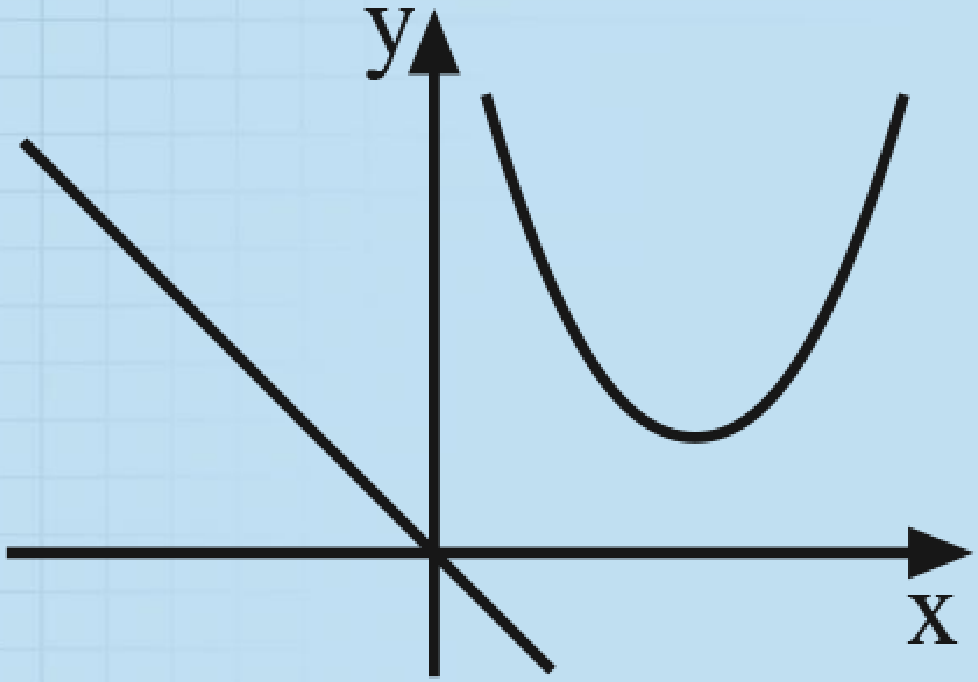
בעיות קיצון בפונ' וגרפים (ישר המקביל לציר ה–x)

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 782, ת. 39

המצגת נערכה ע״י טל מדר

השאלה

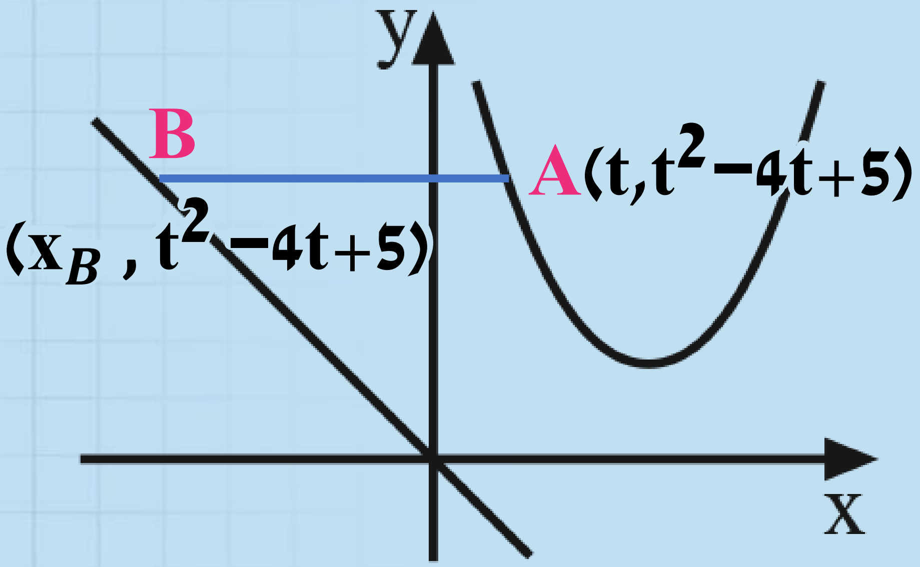


39) A היא נקודה על גרף הפונקציה $y = x^2 - 4x + 5$
ו-B היא נקודה על הישר $y = -x$ כך שהקטע
AB מקביל לציר ה-x.

מצא מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה A
כדי שאורך הקטע AB יהיה מינימלי וחשב את
האורך המינימלי.

מצא מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה A כדי שאורך הקטע AB יהיה מינימלי וחשב את האורך המינימלי.

פתרון



נסמן את שיעור ה-x של נקודה A ב-t

ולכן שיעור ה-y של נקודה A הוא t^2-4t+5

ונסיק שגם שיעור ה-y של נקודה B הוא t^2-4t+5

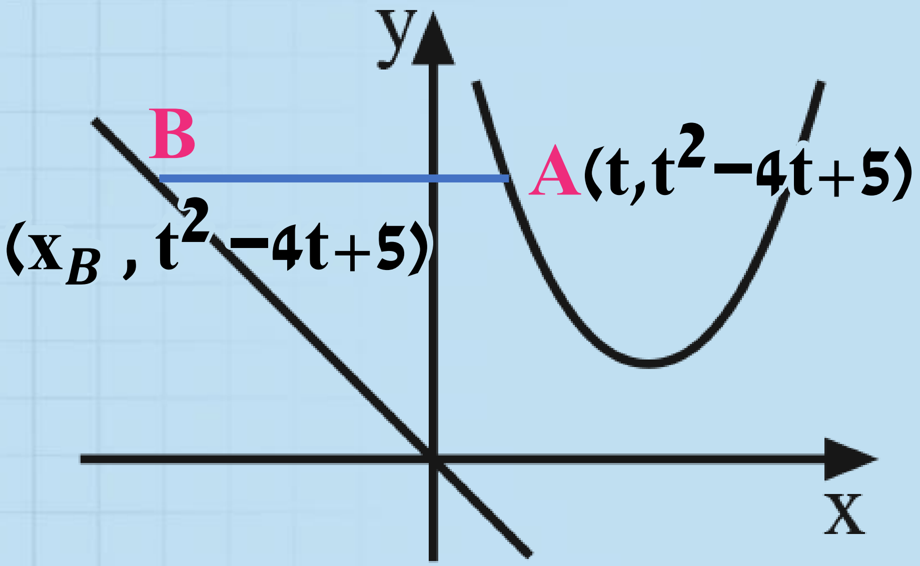
נציב במשוואת הישר עליה נמצאת נקודה B ונקבל:

$$t^2-4t+5=-x_B$$

$$-t^2+4t-5=x_B$$

מצא מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה A כדי שאורך הקטע AB יהיה מינימלי וחשב את האורך המינימלי.

פתרון



פוני המטרה שלנו היא אורך הקטע AB

$$y(t) = X_A - X_B = t - (-t^2 + 4t - 5)$$

$$y(t) = t + t^2 - 4t + 5$$

$$y(t) = t^2 - 3t + 5$$

$$y'(t) = 2t - 3 = 0$$

$$t = 1.5$$

$$y'' = 2 > 0 \text{ min}$$

$$y(1.5) = 1.5^2 - 3 \cdot 1.5 + 5 = 2.75$$

והאורך המיני' הוא 2.75

בהצלחה