פתרון תרגיל

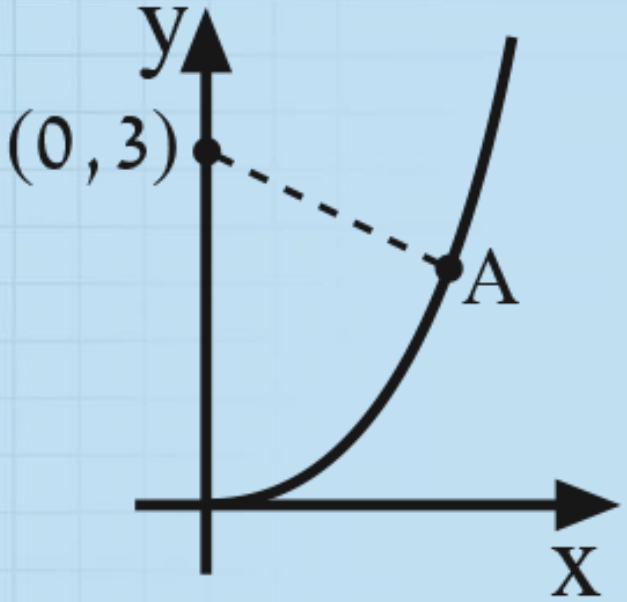
ריבועי מרחקים – בעיות קיצון (פולינומים)

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 780, ת. 26

המצגת נערכה ע"י טל מדר
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

השאלה



26) A היא נקודה על גרף הפונקציה $y = \frac{1}{2}x^2$ ברביע הראשון.

נסמן ב-x את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. הבע באמצעות x את שיעור ה-y של הנקודה A.

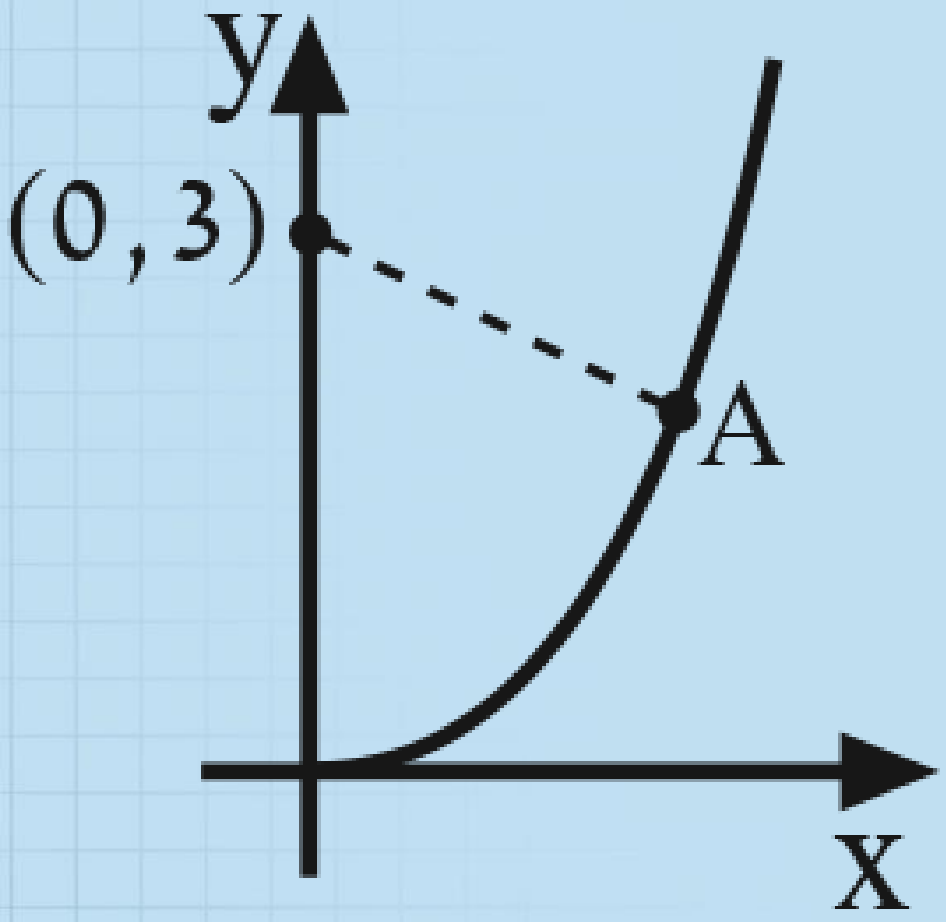
ב. הבע באמצעות x את ריבוע המרחק של הנקודה A מהנקודה (0,3). (ראה הדרכה לסעיף ב' בתרגיל הקודם).

ג. מצא את שיעורי הנקודה A שריבוע המרחק שלה מהנקודה (0,3) הוא מינימלי.

ד. הראה שהמשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{1}{2}x^2$ בנקודה A שמצאת בסעיף ג' **מאונך** לישר המחבר את הנקודה A והנקודה (0,3).

א. הבע באמצעות x את שיעור ה-y של הנקודה A.

פתרון

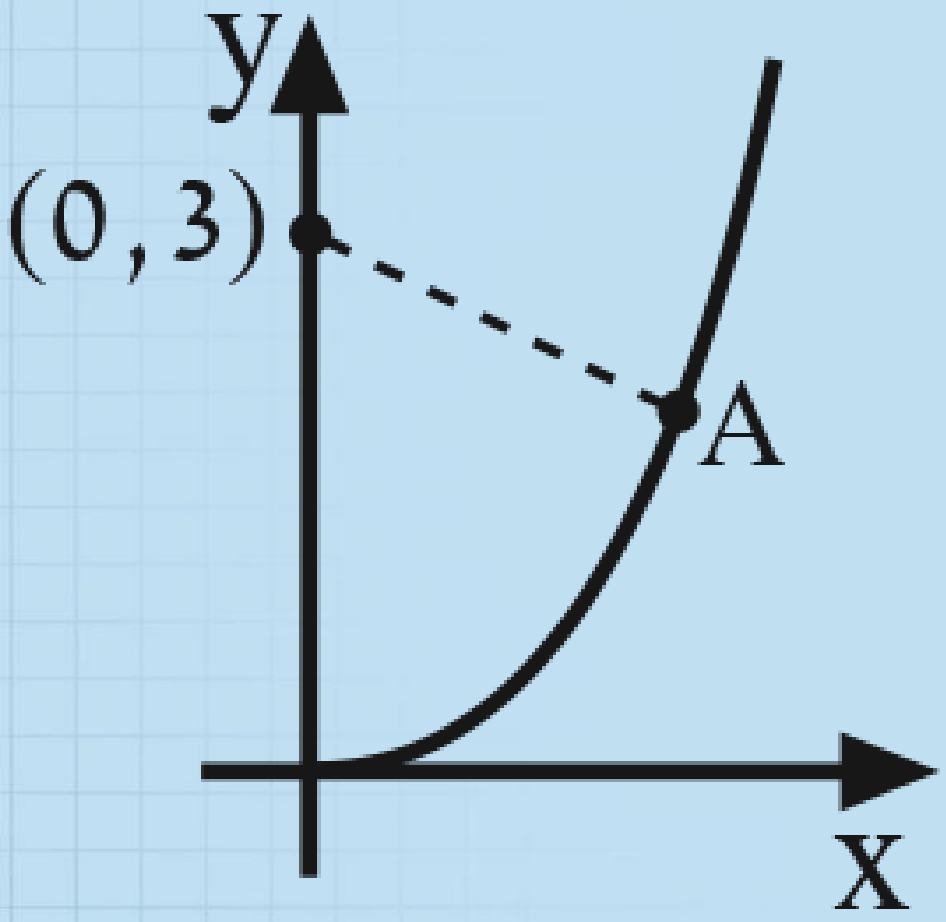


A(x, ?) נביע את שיעורי ה-y של נקודה A עייי הצבה בפונקציה ונקבל:

$$A(x, \frac{1}{2}x^2)$$

ב. הבע באמצעות x את ריבוע המרחק של הנקודה A מהנקודה $(0,3)$.

פתרון



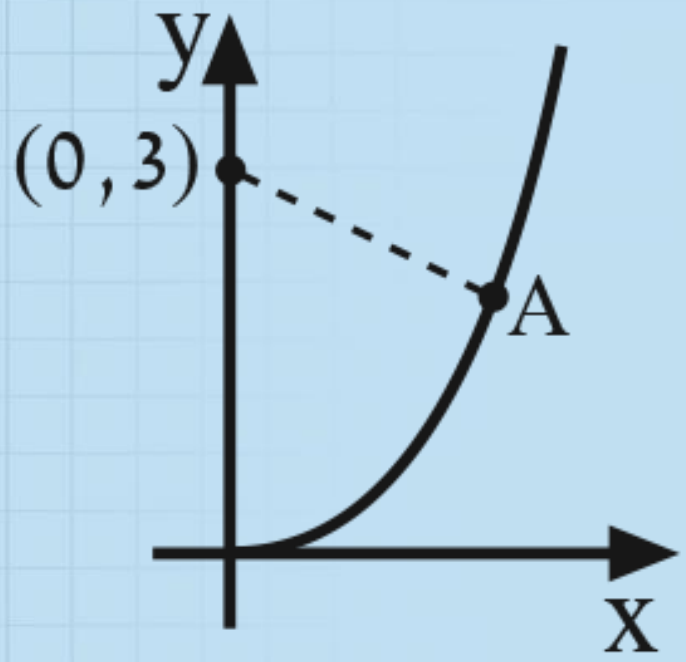
נשתמש בנוסחת מרחק בין שתי נקודות:

$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

$$d^2=(x-0)^2+\left(\frac{1}{2}x^2-3\right)^2$$

$$d^2=\frac{1}{4}x^4-2x^2+9$$

ג. מצא את שיעורי הנקודה A שריבוע המרחק שלה מהנקודה $(0,3)$ הוא מינימלי.



פתרון

פונקי' המטרה היא ריבוע המרחק ולכן

$$y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 9$$

$$y' = x^3 - 4x \qquad y'' = 3x^2 - 4$$

$$0 = x^3 - 4x \qquad y''(2) = 3 \cdot 2^2 - 4 > 0 \;\; min$$

$$0 = x(x^2 - 4)$$

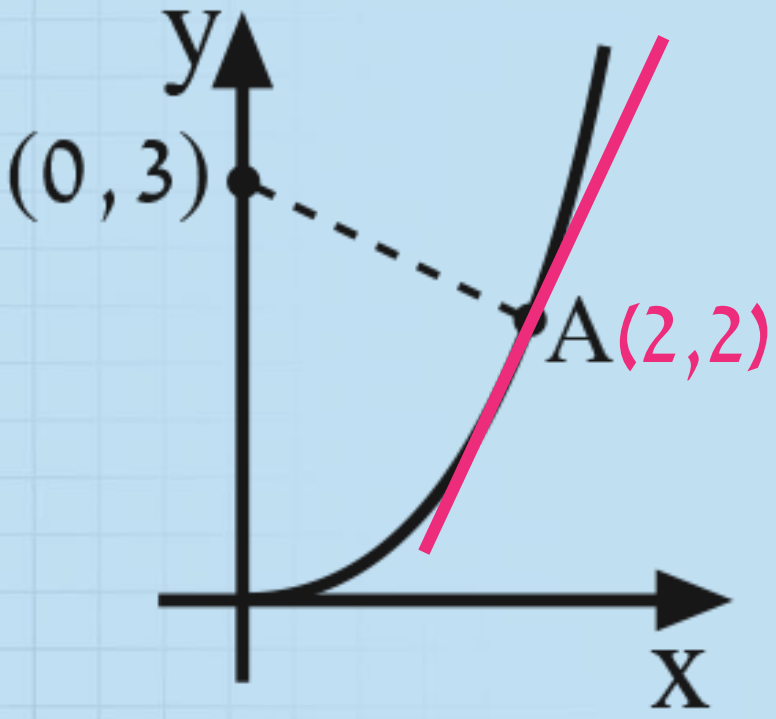
$x = 0$ $\quad$ $x = -2$ $\quad$ $x = 2$

לא ייתכן כי ברביע הראשון $\quad$ **A(2,2)**

ד. הראה שהמשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{1}{2}x^2$ בנקודה A שמצאת בסעיף ג' **מאונך** לישר המחבר את הנקודה A והנקודה $(0,3)$.

פתרון

כדי להראות שהישרים מאונכים נראה שמכפלת שיפועיהם היא -1



$$m_{\perp} = \frac{2-3}{2-0} = \frac{-1}{2}$$

$$m_{\text{משיק}} = y'(x) = x$$

$$m_{\text{משיק}} = y'(2) = 2$$

מאונכים

בהצלחה