הקנייה

בעיות קיצון בפונק' וגרפים – פולינומים

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

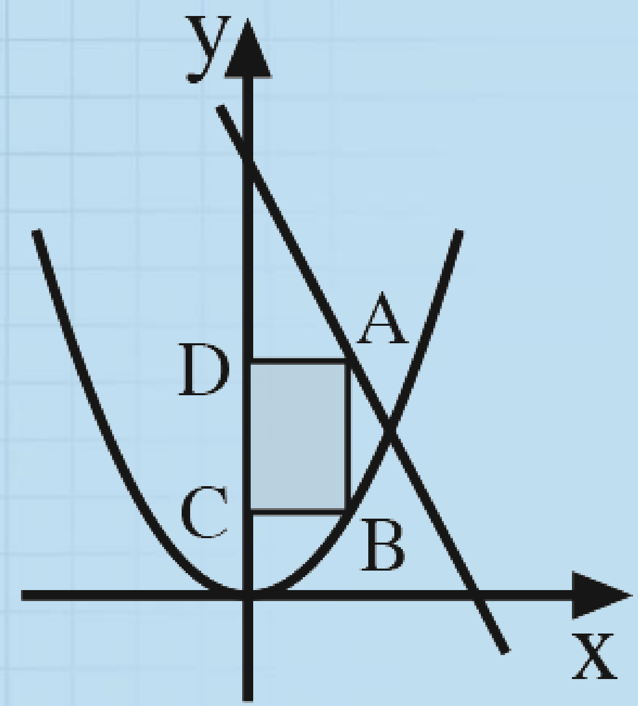
481–581 , עמ' 774

המצגת נערכה ע"י טל מדר

הקנייה

דוגמא ג':

בין הישר $y = -2x+4$, הפרבולה $y = x^2$ וציר ה-y, ברביע הראשון, חסום מלבן ABCD כמתואר בציור.
מצא את שיעור ה-x של הנקודה A עבורה המלבן הוא בעל שטח מקסימלי.



הקנייה

פתרון:

נסמן $x_A = x$ ואז גם $x_B = x$ כי AB מקביל לציר ה-y.

כמו כן $y_A = -2x+4$ כי A נמצאת על הישר $y = -2x+4$

וכן $y_B = x^2$ כי B נמצאת על הפרבולה $y = x^2$.

עכשיו נביע בעזרת x את הצלע AB, נקבל: $AB = y_A - y_B = -2x+4-x^2 = -x^2-2x+4$.

לכן שטח המלבן שנסמנו ב-$f(x)$ הוא: $f(x) = AD \cdot AB = x \cdot (-x^2-2x+4) = -x^3-2x^2+4x$.

נגזור ונשווה לאפס, נקבל: $f'(x) = -3x^2-4x+4 = 0$. פתרונות המשוואה הריבועית הם:

$x_1 = \frac{2}{3}$, $x_2 = -2$. הפתרון $x_2 = -2$ הוא לא ברביע הראשון. עבור $x_1 = \frac{2}{3}$ נקבל

בעזרת הנגזרת השנייה שזהו מקסימום.

לסיכום: אם $x_A = \frac{2}{3}$ אז המלבן הוא בעל שטח מקסימלי.

בהצלחה