הקנייה

בעיות קיצון בפונק' וגרפים – פולינומים

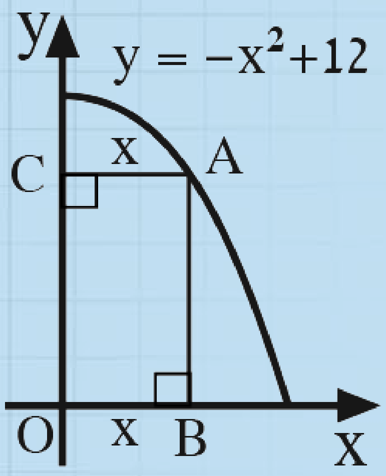
מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 773

הקנייה

דוגמא א':

על הפרבולה $y=-x^2+12$ בוחרים נקודה A ברביע הראשון.
מהנקודה A מורידים אנכים לצירים כך שנוצר מלבן $ABOC$.
מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח המלבן
יהיה מקסימלי.



הקנייה

פתרון:

נסמן ב-x את השיעור הראשון של הנקודה A. היות והנקודה על הפרבולה $y=-x^2+12$ אז השיעור השני של הנקודה הוא $-x^2+12$, כלומר $A(x,-x^2+12)$. שטח המלבן $ABOC$ הוא $AC\cdot AB=x\cdot y$. אם נסמן ב-$f(x)$ את הפונקציה המייצגת את שטח המלבן נקבל $f(x)=x(-x^2+12)=-x^3+12x$. נגזור ונשווה לאפס $f'(x)=-3x^2+12=0$. המשוואה המתקבלת $3x^2=12$ והפתרונות $x_1=2$, $x_2=-2$. הפתרון המתאים לרביע הראשון הוא $x=2$. נגזור פעם שנייה ונקבל $f''(x)=-6x$. עבור $x=2$ נקבל $f''(2)=-12<0$, כלומר מתקבל מקסימום.

נחשב את ה-y ונקבל $y=-2^2+12=-4+12=8$, כלומר שיעורי A הם $(2,8)$.

השטח המקסימלי של המלבן הוא $f(2)=-2^3+12\cdot 2=16$. ניתן לחשבו גם ע"י הכפלת שיעורי הנקודה A: $S=2\cdot 8=16$.

בהצלחה