פתרון תרגיל

בעיות קיצון עם מס' – פולינומים

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 763, ת. 23

המצגת נערכה ע"י טל מדר

השאלה

23) סכום שלושה מספרים **אי שליליים** הוא 18. המספר השני גדול פי 2 מהראשון.
נסמן ב-x את המספר הראשון.

א. מצא מה צריך להיות x כדי שמכפלת שלושת המספרים תהיה מקסימלית.

ב. מצא מה צריך להיות x כדי שמכפלת שלושת המספרים תהיה מינימלית.

(**הדרכה:** צריך למצוא **מינימום מוחלט**, ללא נגזרת. מצא תחילה באיזה **תחום** יכול להיות x עפ"י הנתונים בהתחשב בכך שכל המספרים הם אי שליליים).

א. מצא מה צריך להיות x כדי שמכפלת שלושת המספרים תהיה מקסימלית.

פתרון

נסמן: x = המס' הראשון, 2x = המס' השני, z = המס' השלישי

$$x + 2x + z = 18 \qquad z = 18 - 3x$$

ומה שרוצים שיהיה מקס' הוא מכפלת שלושת המספרים ולכן זו הפונקציה שנבנה, כלומר:

$$y = x \cdot 2x \cdot (18 - 3x)$$
$$y = 2x^2(18 - 3x)$$
$$y = 36x^2 - 6x^3$$

$$y' = 72x - 18x^2$$
$$0 = 72x - 18x^2$$
$$0 = 18x(4 - x)$$

$$\boldsymbol{x = 0}$$

$$\boldsymbol{x = 4}$$

א. מצא מה צריך להיות x כדי שמכפלת שלושת המספרים תהיה מקסימלית.

פתרון

	$x = 0$	$x = 1$	4	$x = 5$
y'	0	+	0	-
y		↗	$\cap$	↘

$$f'(1) = 72 \cdot 1 - 18 \cdot 1^2 > 0$$

$$f'(5) = 72 \cdot 5 - 18 \cdot 5^2 < 0$$

אם כך, הראנו שבמעבר דרך $x = 4$ פונקציית המכפלה עוברת מעלייה לירידה ולכן מדובר בנקודת מקסימום

ב. מצא מה צריך להיות x כדי שמכפלת שלושת המספרים תהיה מינימלית.

פתרון

נזכיר: x = המסי' הראשון, $2x$ = המסי' השני, $18-3x$ = המסי' השלישי

קיימת דרישה שהמספרים יהיו אי שליליים לכן $0 \leq x \leq 6$ לכן על מנת לקבל מכפלה מינימלית יש לבדוק את נקודות קצה התחום.

עבור $x = 0$ ו-$x = 6$ נקבל שהמכפלה היא 0 שהוא הערך המינימלי האפשרי.

בהצלחה