פתרון תרגיל

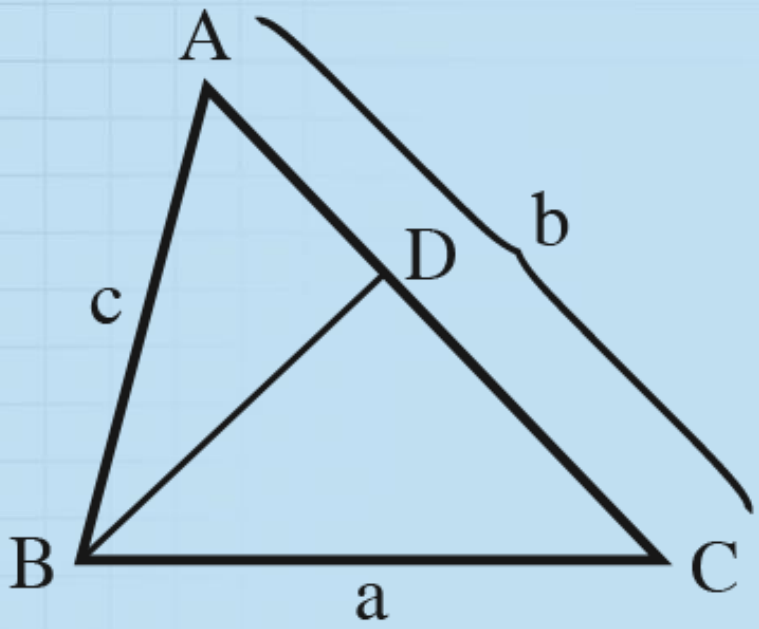
משפט הקוסינוסים – תרגילי חזרה

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 512, ת. 21

המצגת נערכה ע"י יוסי כהן
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

השאלה



★**21)** צלעותיו של משולש ABC הן: $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ $(b > c)$. D היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים $BD = DC$.

א. הבע באמצעות a, b ו-c את הקטע DC.

(**הדרכה:** הבע את קוסינוס הזוית C בשתי דרכים).

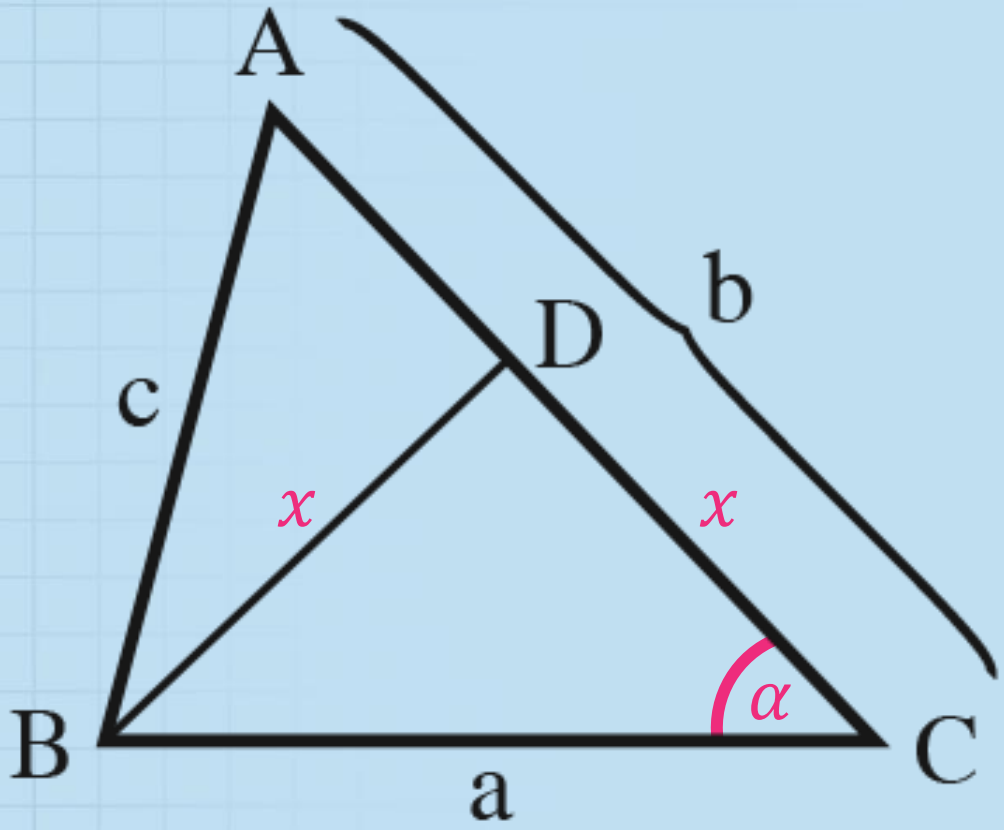
ב. הוכח: $AD = \frac{b(b^2-c^2)}{a^2+b^2-c^2}$.

ג. נתון: $AD = \frac{1}{2}b$. חשב ע"י התוצאה של סעיף ב' את הזוית ABC והסבר את המשמעות הגיאומטרית.

א. הבע באמצעות a, b ו-c את הקטע DC.

(**הדרכה:** הבע את קוסינוס הזוית C בשתי דרכים).

פתרון



נשרטט, נשלים ונסמן את הזוויות והצלעות.

$$BD = DC = x$$

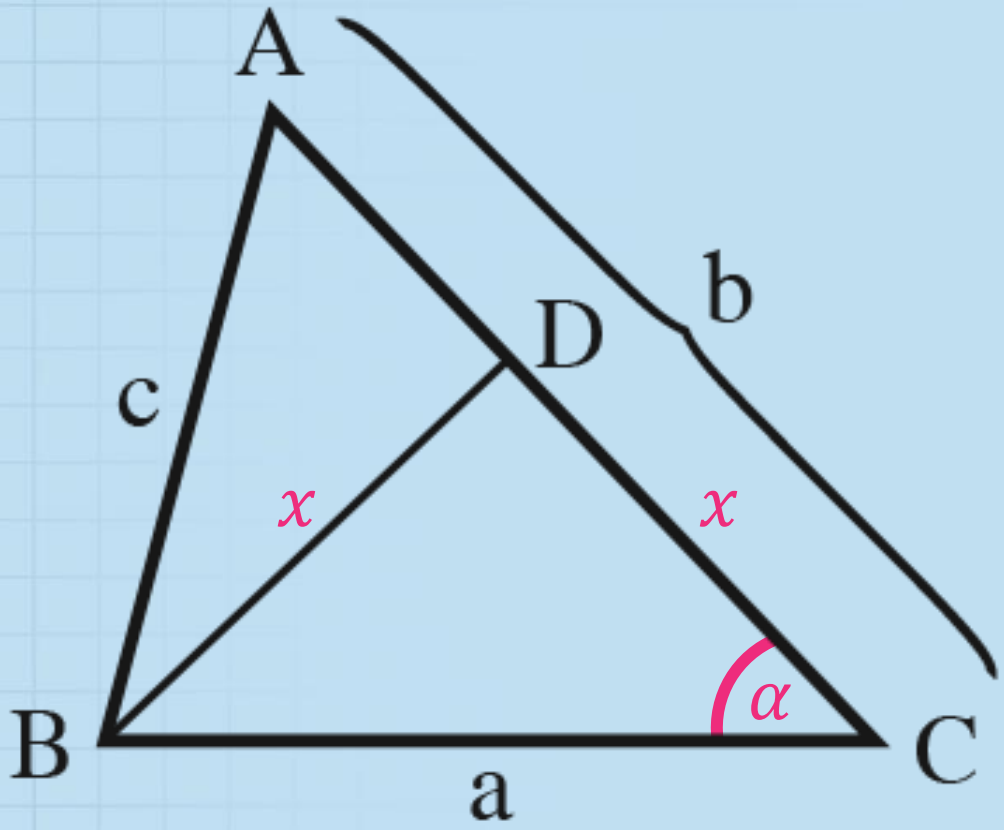
$$\sphericalangle ACB = \alpha$$

א. הבע באמצעות a, b ו-c את הקטע DC.

(**הדרכה:** הבע את קוסינוס הזוית C בשתי דרכים).

נתבונן במשולש ABC ו - BDC

פתרון



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

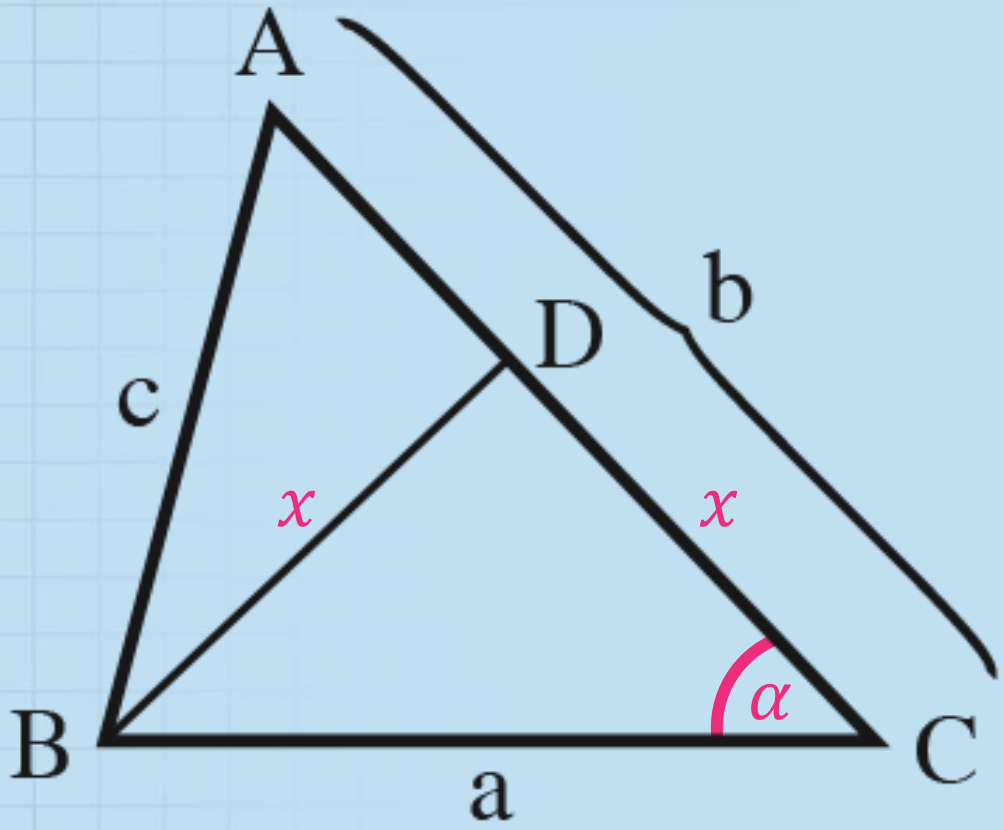
$$\cancel{x^2} = a^2 + \cancel{x^2} - 2ax\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{2x}$$

א. הבע באמצעות a, b ו-c את הקטע DC.

(**הדרכה:** הבע את קוסינוס הזוית C בשתי דרכים).

פתרון

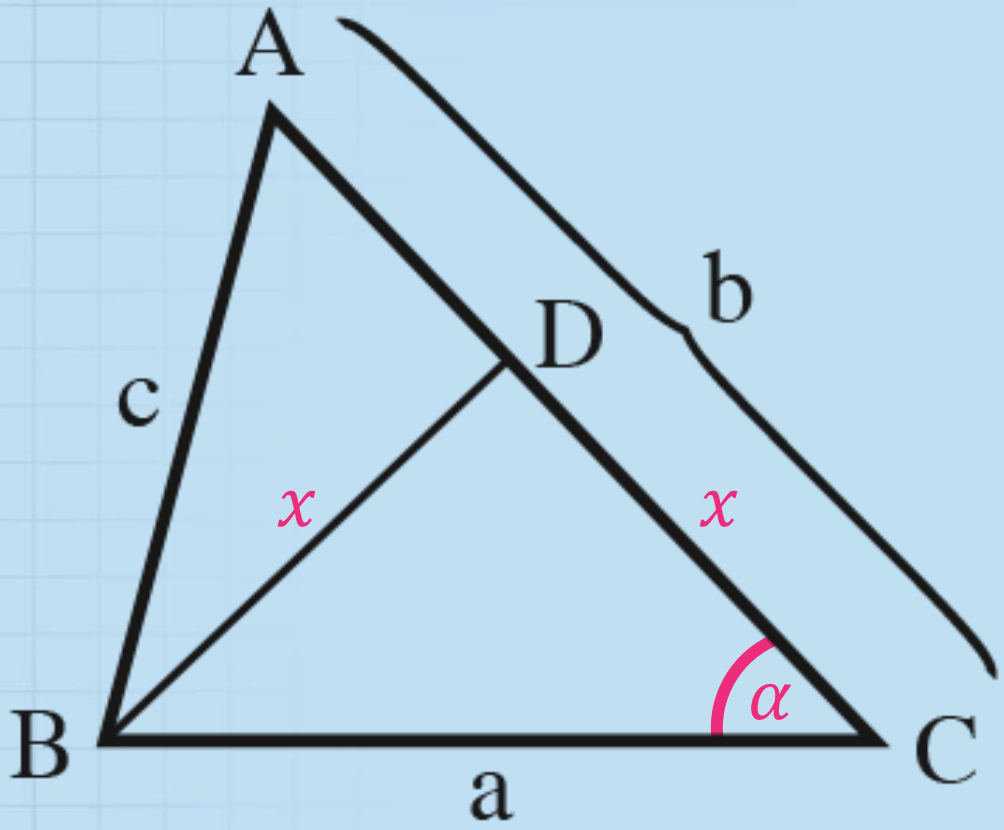


$$\cos\alpha = \frac{a^2+b^2-c^2}{\cancel{2}ab} = \frac{a}{\cancel{2}x}$$

$$x = \frac{a^2 b}{a^2+b^2-c^2}$$

ב. הוכח: $AD = \frac{b(b^2-c^2)}{a^2+b^2-c^2}$.

פתרון



$$AD = b - x$$

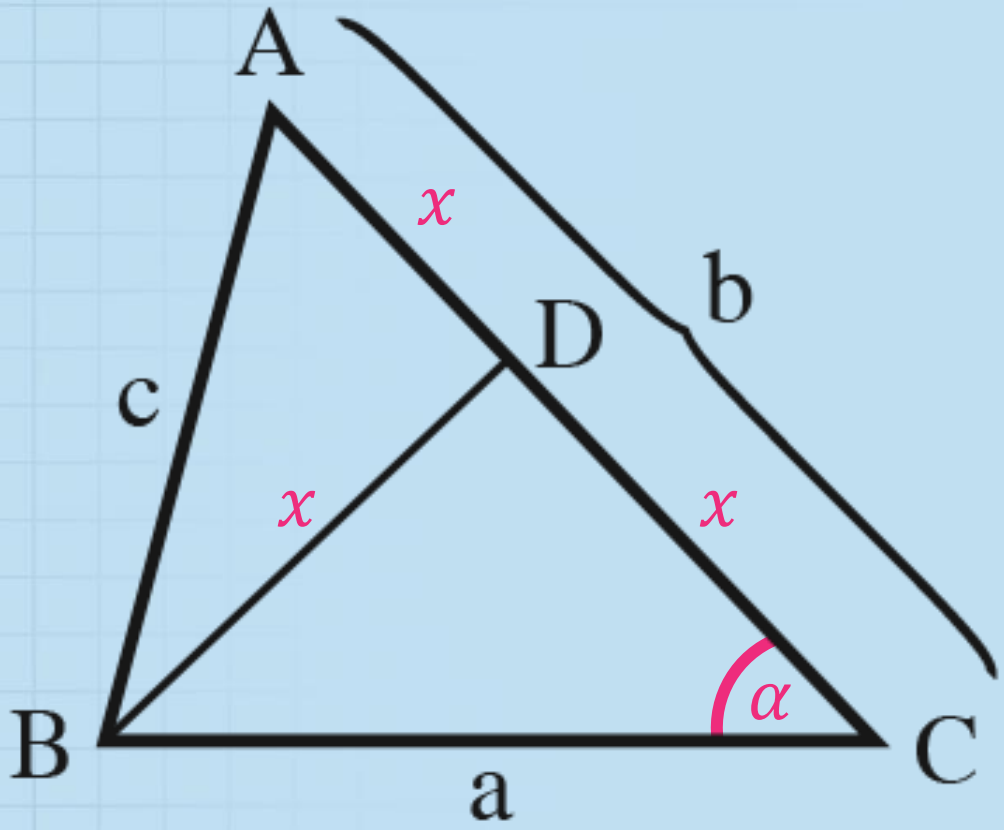
$$AD = b - \frac{a^2 b}{a^2 + b^2 - c^2}$$

$$AD = \frac{b(a^2 + b^2 - c^2) - a^2 b}{a^2 + b^2 - c^2}$$

$$AD = \frac{b(b^2 - c^2)}{a^2 + b^2 - c^2}$$

ג. נתון: $AD = \frac{1}{2}b$. חשב ע"י התוצאה של סעיף ב' את הזוית ABC והסבר את המשמעות הגיאומטרית.

פתרון



$$AD = \frac{\cancel{b}(b^2 - c^2)}{a^2 + b^2 - c^2} = \frac{\cancel{b}}{2}$$

$$a^2 + b^2 - c^2 = 2b^2 - 2c^2$$

$$a^2 + c^2 = b^2$$

$$\sphericalangle ABC = 90°$$

משולש בו התיכון לאחת הצלעות שווה למחציתה, הוא משולש ישר זווית

בהצלחה