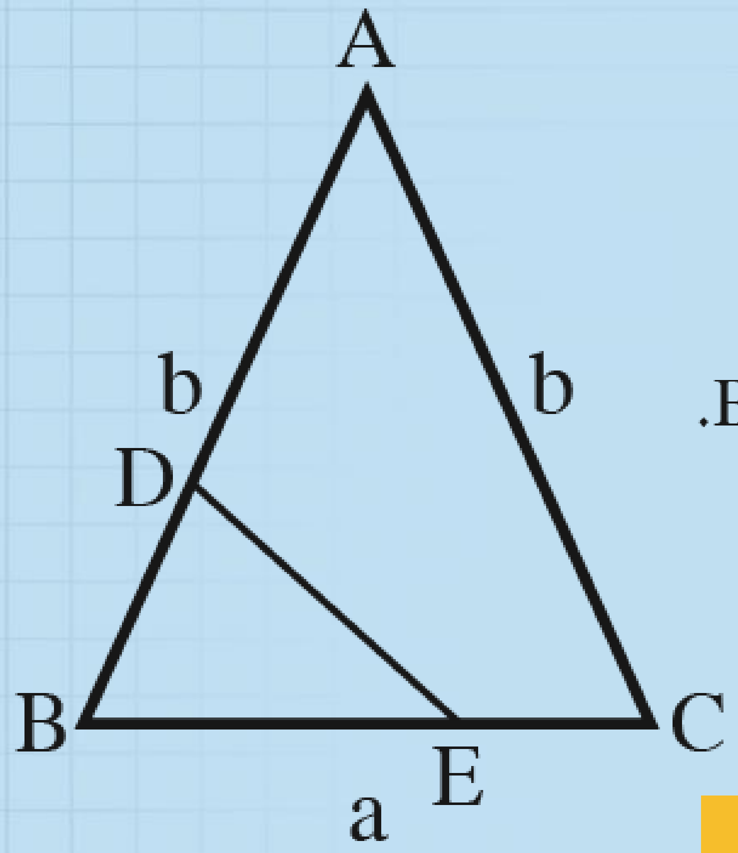
פתרון תרגיל

משפט הקוסינוסים – בעיות עם יחסים ונעלמים

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 501, ת. 55

השאלה



55) במשולש שווה שוקיים ABC $(AB = AC)$ D היא נקודה על הצלע AB כך שמתקיים $BD = \frac{1}{3}AB$

ו-E היא נקודה על הצלע BC כך שמתקיים $BE = \frac{2}{3}BC$.

נתון: $AB = b$, $BC = a$.

הבע באמצעות a ו-b את אורך הקטע DE.

(**הדרכה:** הבע תחילה את הקוסינוס של הזווית B).

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

<u>**שלבי פתרון:**</u>

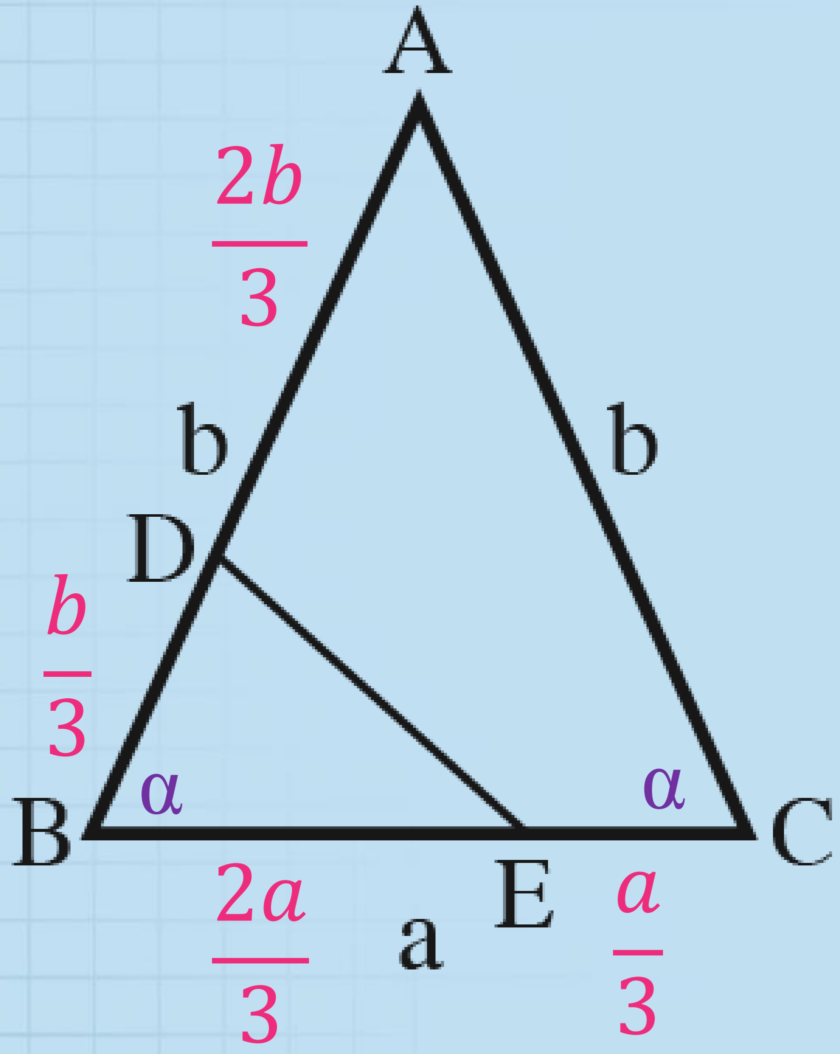
1. נסמן ונשלים במידת הצורך צלעות וזוויות במשולש.

2. זיהוי נתונים לשימוש במשפט הקוסינוסים.

3. הצבה וחישוב.

הבע באמצעות a ו-b את אורך הקטע DE.

פתרון



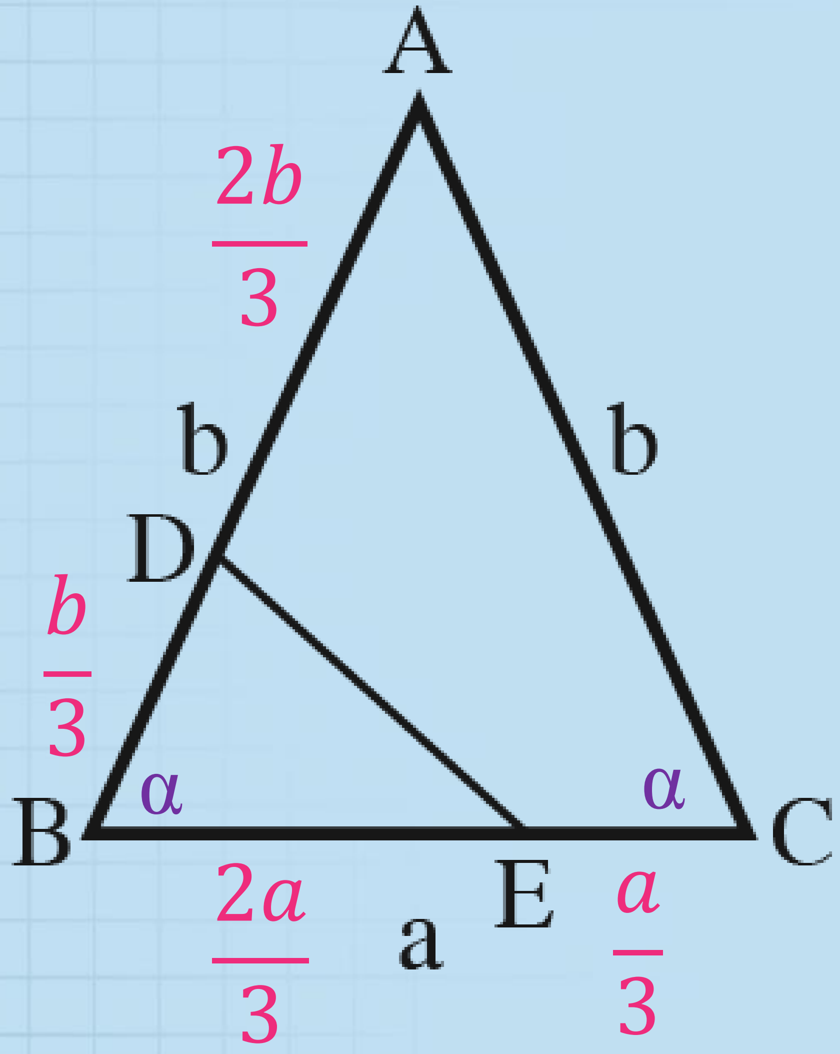
נשרטט, נשלים ונסמן את הזוויות והצלעות.

$$AD = \frac{2b}{3} \qquad BD = \frac{b}{3}$$

$$EC = \frac{a}{3} \qquad BE = \frac{2a}{3}$$

הבע באמצעות a ו-b את אורך הקטע DE.

פתרון



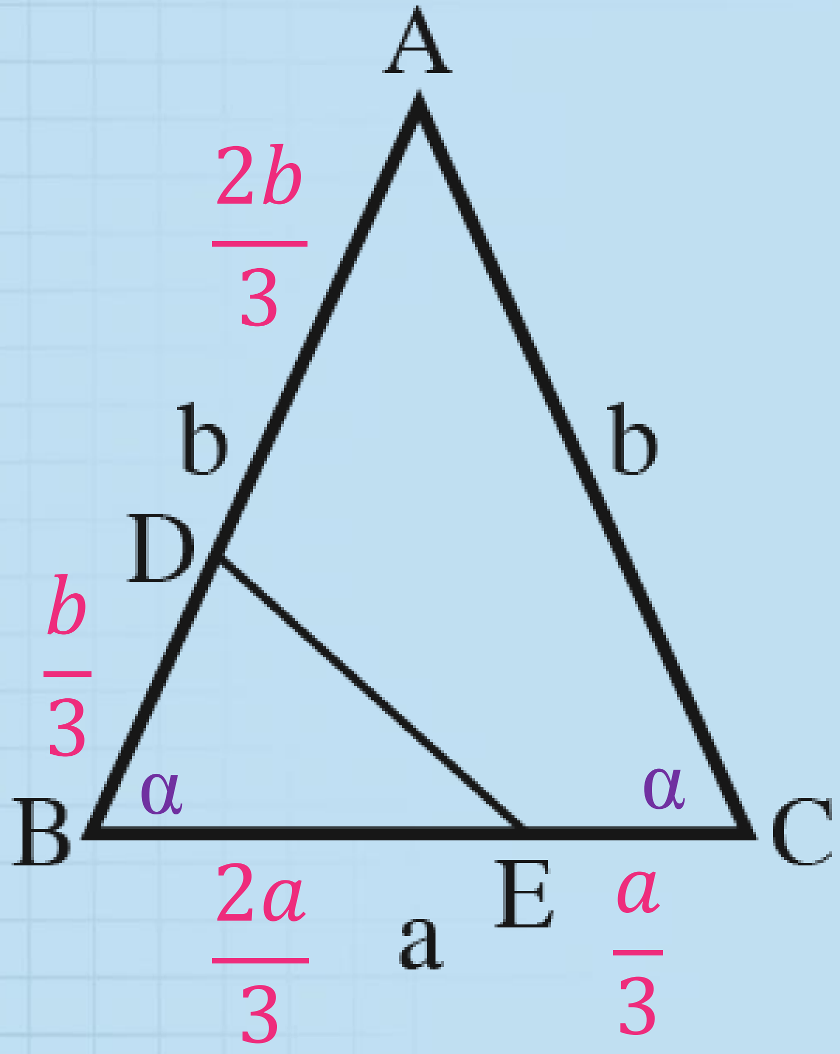
נתבונן במשולש ABC:

$$\cancel{b^2} = \cancel{b^2} + a^2 - 2ab \cdot \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{a^{\cancel{2}}}{2\cancel{a}b} = \frac{a}{2b}$$

הבע באמצעות a ו-b את אורך הקטע DE.

פתרון



נתבונן במשולש BDE:

$$\cos\alpha = \frac{a}{2b}$$

$$DE^2 = \left(\frac{b}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a}{3}\right)^2 - 2\cdot\frac{b}{3}\cdot\frac{2a}{3}\cdot cos\alpha$$

$$DE^2 = \frac{b^2}{9} + \frac{4a^2}{9} - \frac{2a^2}{9}$$

$$\boldsymbol{DE = \frac{1}{3}\sqrt{b^2 + 2a^2}}$$

בהצלחה