

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = \left[3x^3 + x^2 + 4x + C \right]_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

פתרון תרגיל

II המשפט ההפוך להרחבה למשפט תלס

מתמטיקה (4-5 יח"ל) חלק א'

581-481 , עמ' 312 , ת. 8

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

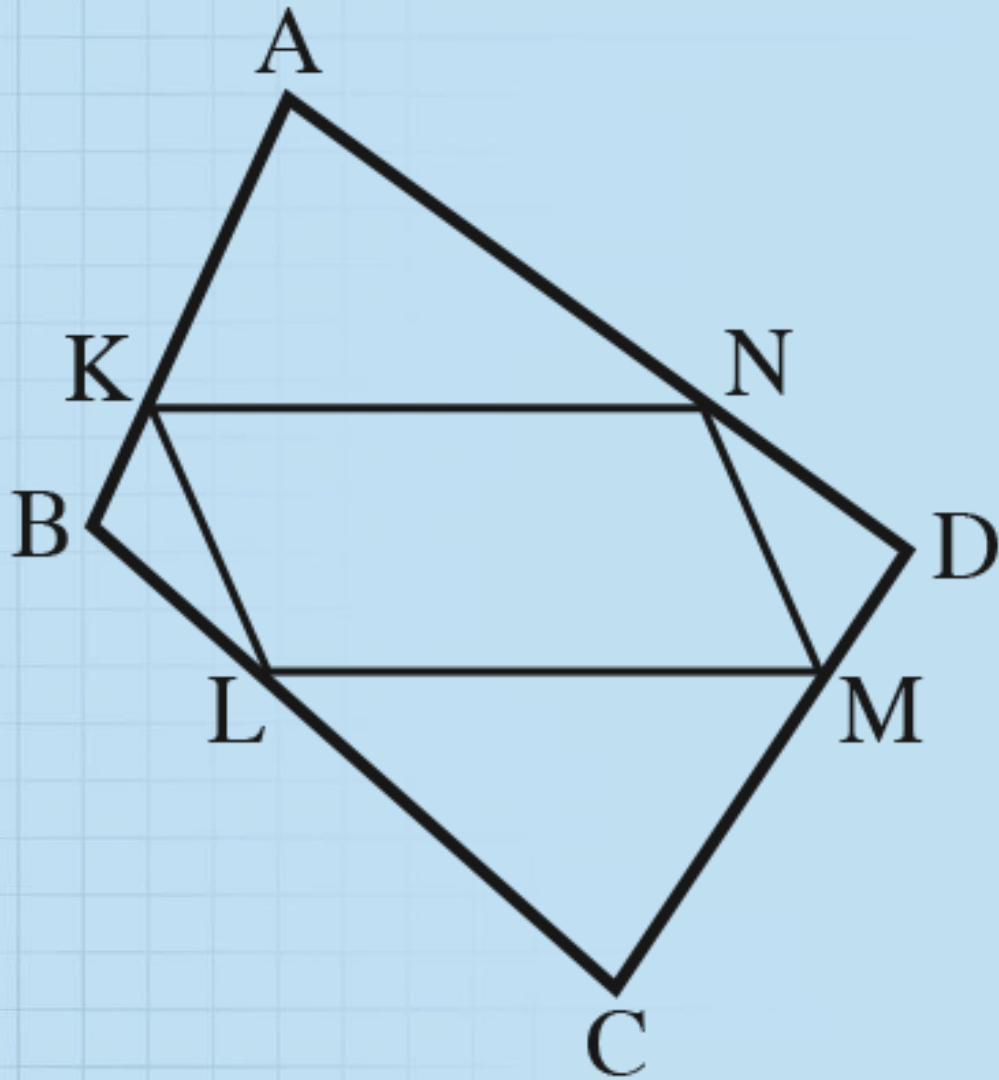
$$\oint_{\text{כל הסלע}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



השאלה



8★ הנקודות K, L, M ו-N נמצאות על צלעות המרובע

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND} \quad \text{כך שמתקיים: } ABCD$$

א. הוכח: המרובע KLMN הוא מקבילית.

(הדרכה: היעזר באלכסוני המרובע ABCD).

ב. איזה תנאי צריכים לקיים אלכסוני המרובע

ABCD כדי שהמקבילית KLMN תהיה מעוין?

ג. איזה תנאי צריכים לקיים אלכסוני המרובע

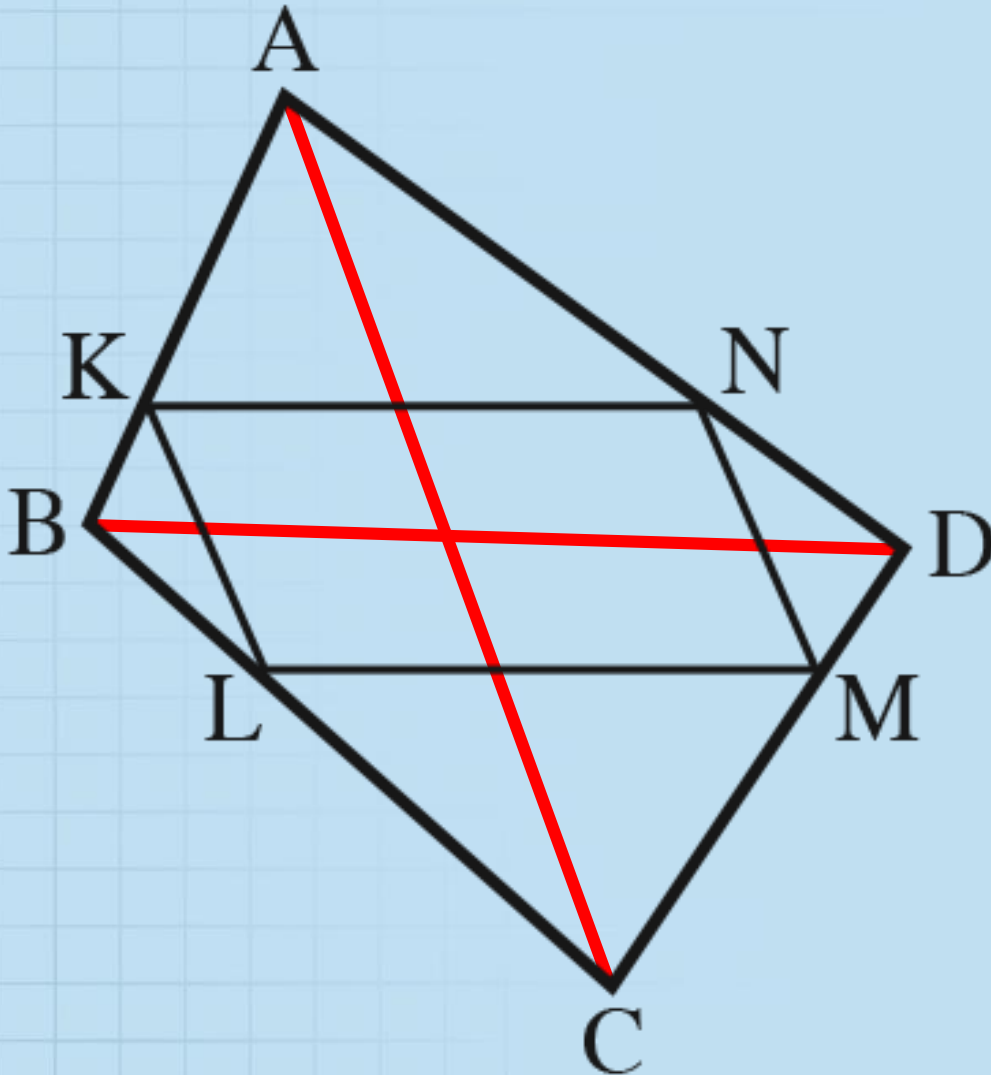
ABCD כדי שהמקבילית KLMN תהיה מלבן?

א. הוכח: המרובע KLMN הוא מקבילית.
(הדרכה: היעזר באלכסוני המרובע ABCD).

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

פתרון

בניית עזר: אלכסוני המרובע ABCD



נתון:

$$\frac{AK}{KB} = \frac{AN}{ND}$$



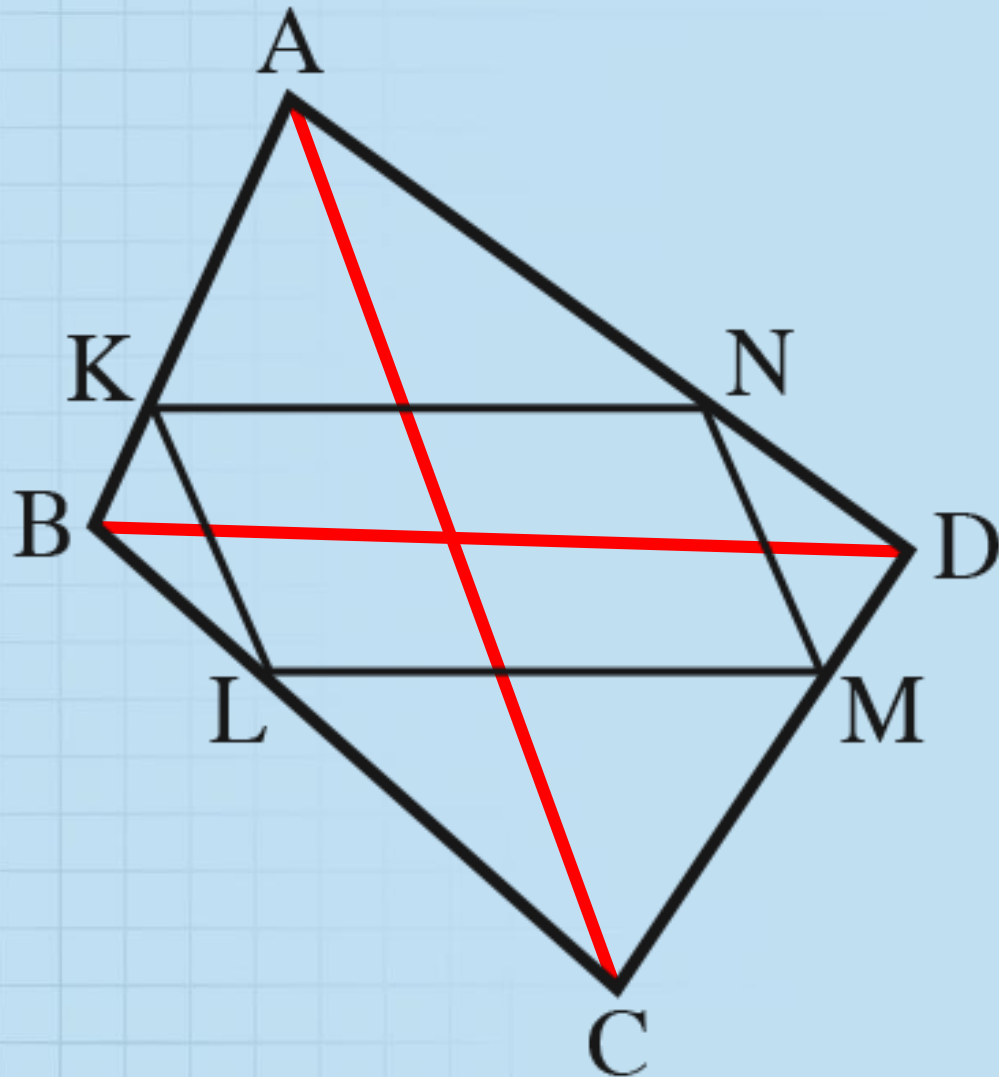
$$KN \parallel BD$$

עפ"י המשפט ההפוך למשפט תלס

א. הוכח: המרובע KLMN הוא מקבילית.
(הדרכה: היעזר באלכסוני המרובע ABCD).

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

פתרון



נתון:

$$\frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD}$$



$$LM \parallel BD$$

עפ"י המשפט ההפוך למשפט תלס

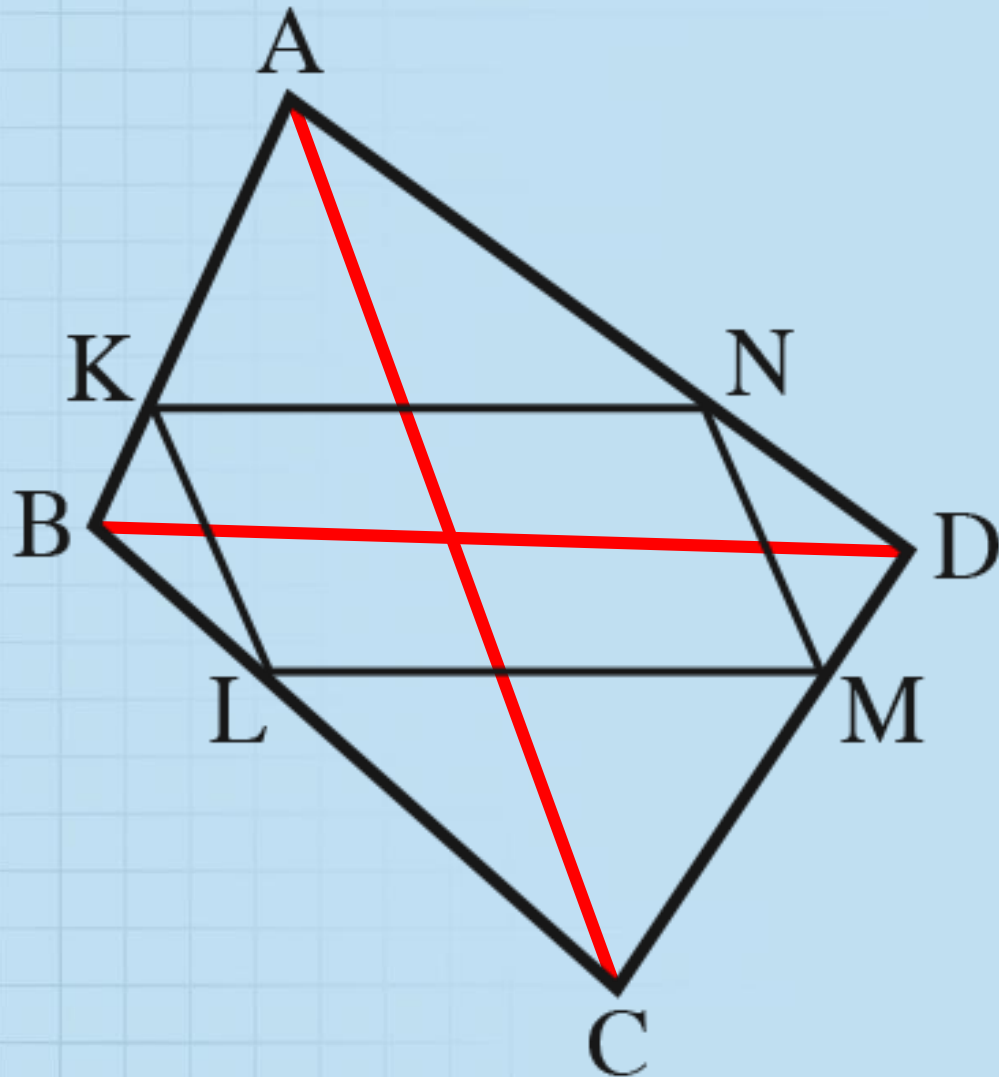


כלל המעבר: $LM \parallel KN$

א. הוכח: המרובע KLMN הוא מקבילית.
 (הדרכה: היעזר באלכסוני המרובע ABCD).

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

פתרון



נתון:

$$\frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

עפ"י חישוב:

$$\frac{MD}{CM} = \frac{ND}{AN}$$



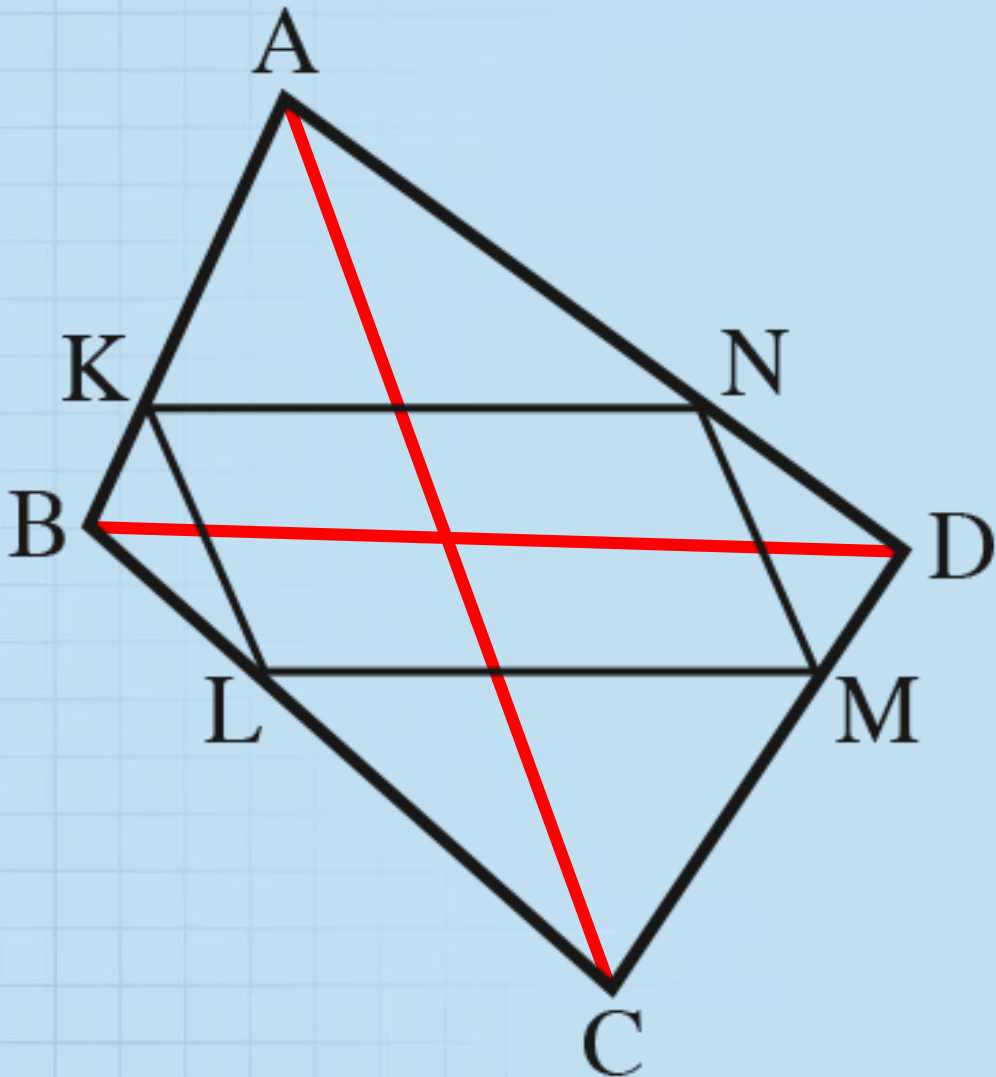
$$MN \parallel AC$$

עפ"י המשפט ההפוך למשפט תלס

א. הוכח: המרובע KLMN הוא מקבילית.
(הדרכה: היעזר באלכסוני המרובע ABCD).

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

פתרון



$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB}$$

נתון:

$$\frac{KB}{AK} = \frac{LB}{CL}$$

עפ"י חישוב:



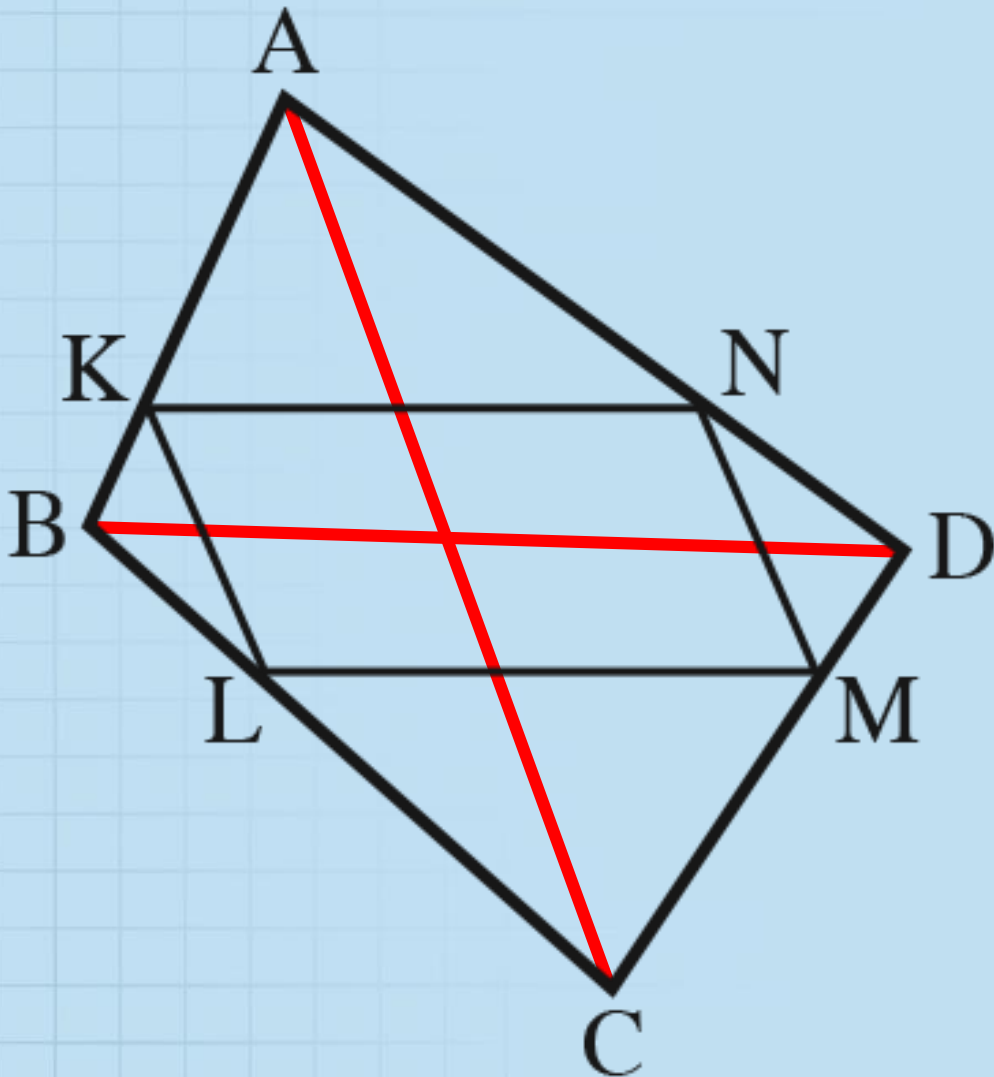
$$KL \parallel AC$$

עפ"י המשפט ההפוך למשפט תלס

א. הוכח: המרובע KLMN הוא מקבילית.
(הדרכה: היעזר באלכסוני המרובע ABCD).

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

פתרון



כלל המעבר:

$$KL \parallel MN$$

KLMN מקבילית

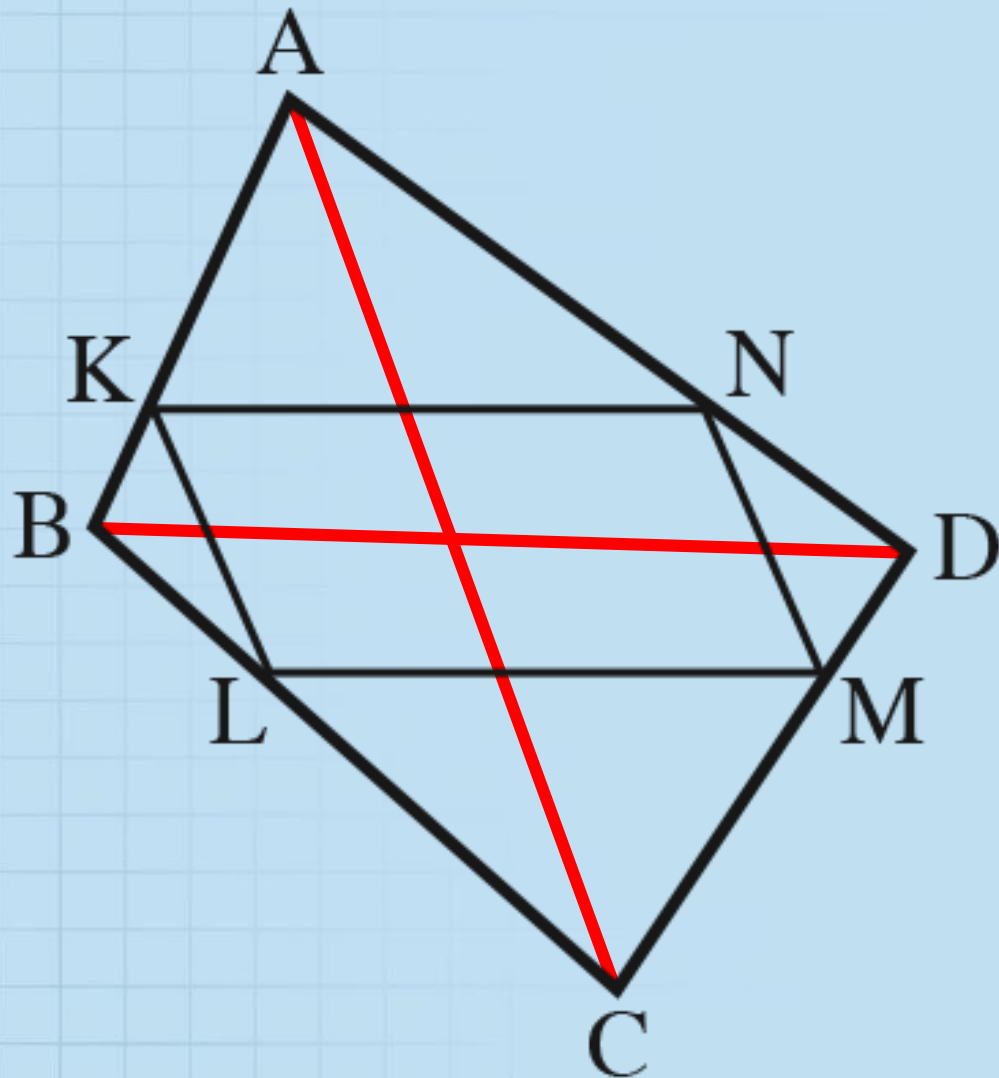
מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות

מ.ש.ל.א'

ב. איזה תנאי צריכים לקיים אלכסוני המרובע
ABCD כדי שהמקבילית KLMN תהיה מעוין?

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

פתרון



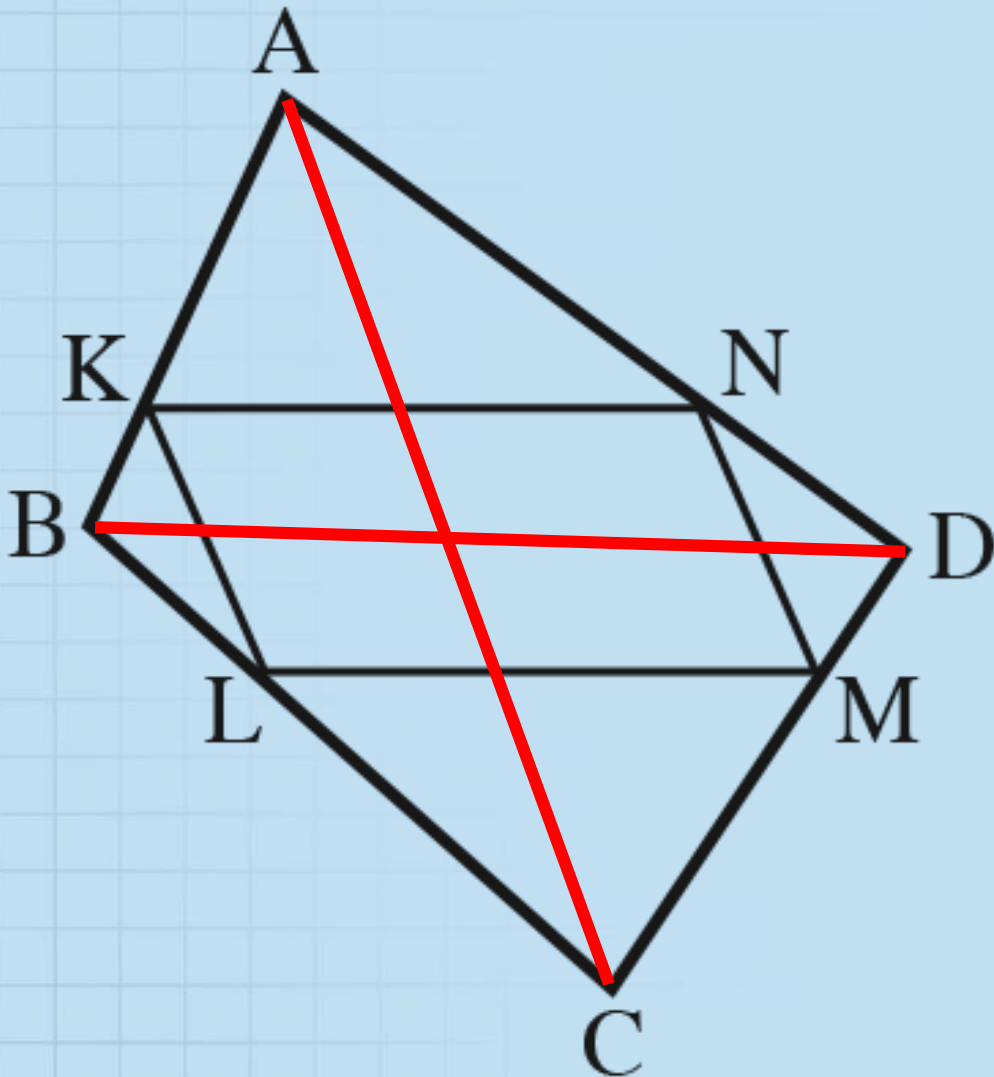
על מנת שהמקבילית $KLMN$ תהיה
מעוין עלינו ל"ייצר" שתי צלעות
סמוכות שוות, נניח $KN = MN$

נבחן את הקשרים בין צלעות אלו
באמצעות אלכסוני המרובע $ABCD$

ב. איזה תנאי צריכים לקיים אלכסוני המרובע
ABCD כדי שהמקבילית KLMN תהיה מעוין?

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

פתרון



עפ"י סעיף א': $KN \parallel BD$



עפ"י ההרחבה למשפט תלס:

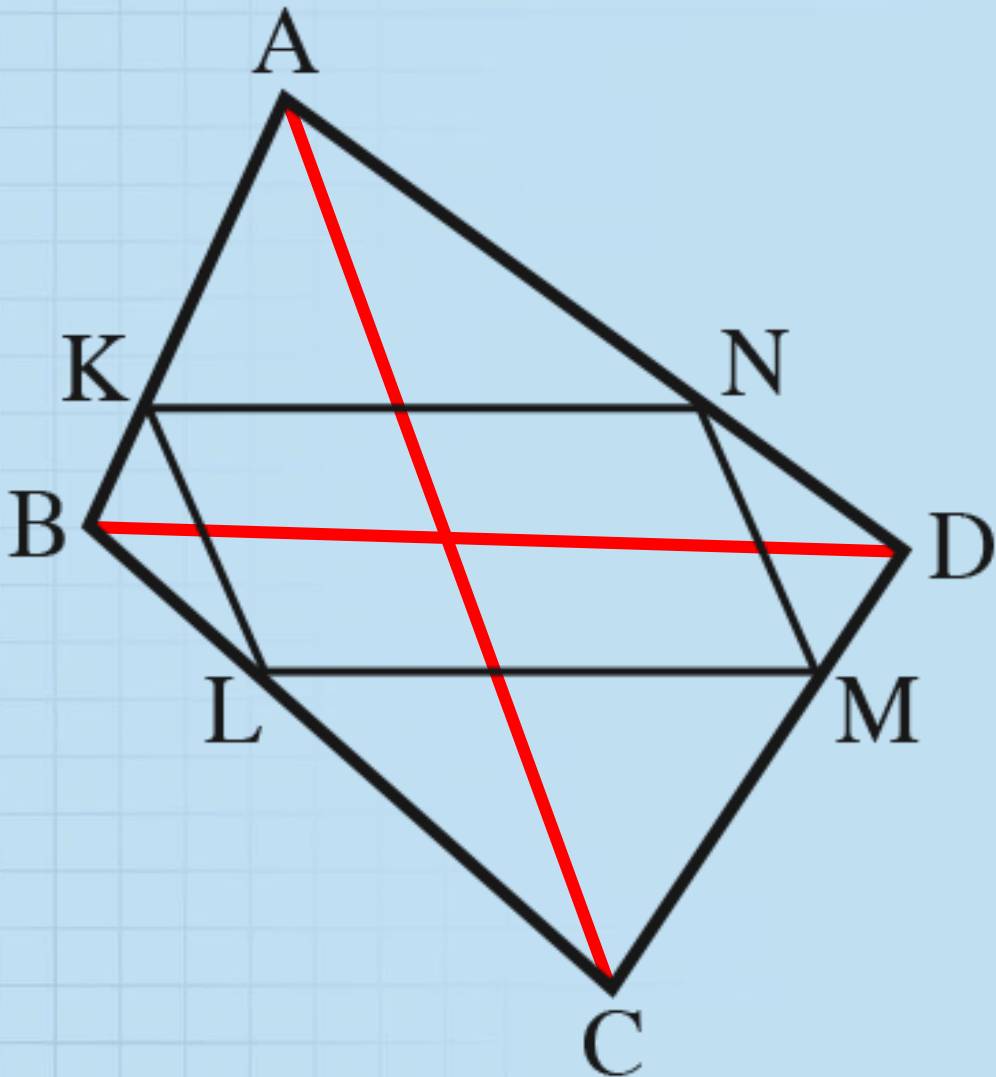
$$\frac{AN}{AD} = \frac{KN}{BD}$$

$$KN = \frac{AN \cdot BD}{AD}$$

ב. איזה תנאי צריכים לקיים אלכסוני המרובע
 ABCD כדי שהמקבילית KLMN תהיה מעוין?

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

פתרון



עפ"י סעיף א': $MN \parallel AC$



עפ"י ההרחבה למשפט תלס:

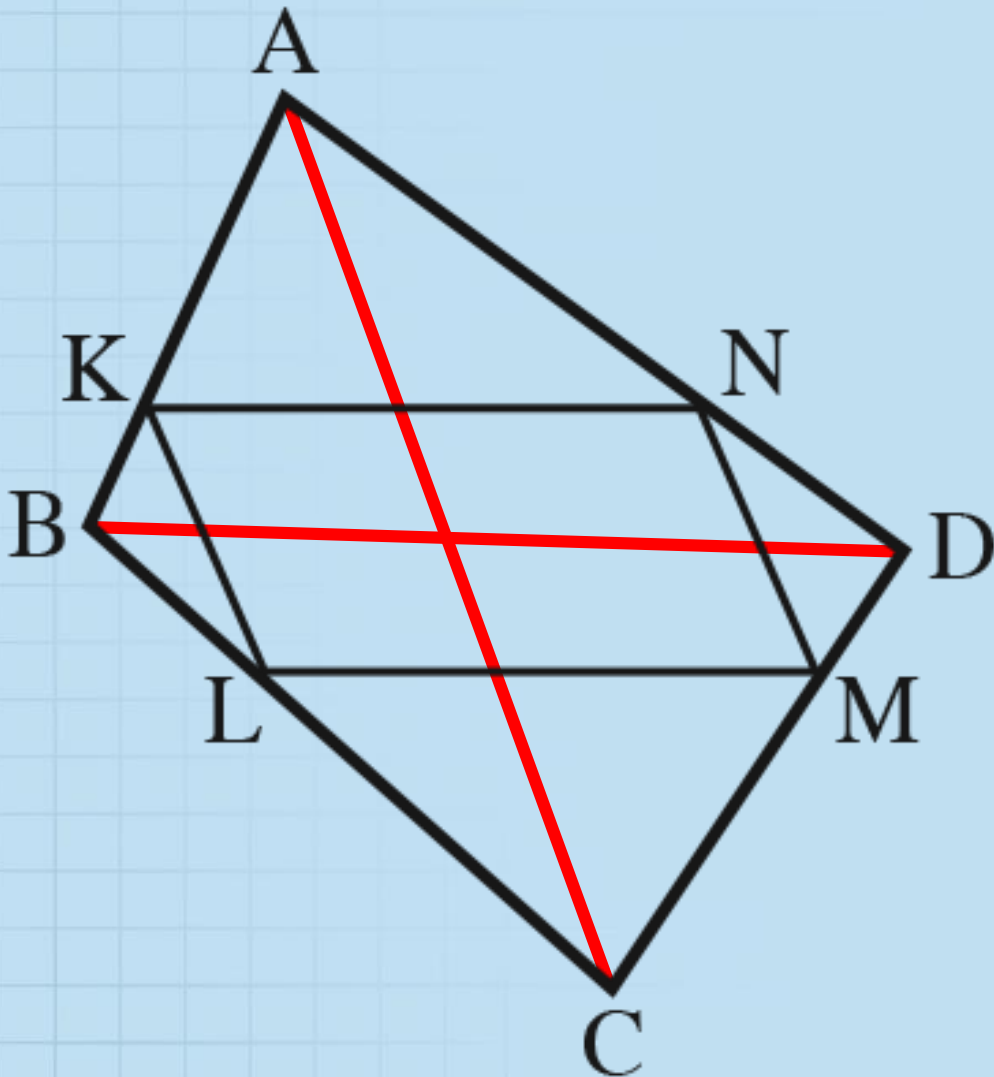
$$\frac{DN}{AD} = \frac{MN}{AC}$$

$$MN = \frac{DN \cdot AC}{AD}$$

ב. איזה תנאי צריכים לקיים אלכסוני המרובע
 ABCD כדי שהמקבילית KLMN תהיה מעוין?

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

פתרון



$$KN = \frac{AN \cdot BD}{AD}$$

$$MN = \frac{DN \cdot AC}{AD}$$

נדרוש: $KN = MN$



$$AN \cdot BD = DN \cdot AC$$

עפ"י חישוב: $\frac{BD}{AC} = \frac{DN}{AN}$

מ.ש.ל ב'

ג. איזה תנאי צריכים לקיים אלכסוני המרובע
 ABCD כדי שהמקבילית KLMN תהיה מלבן?

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

פתרון

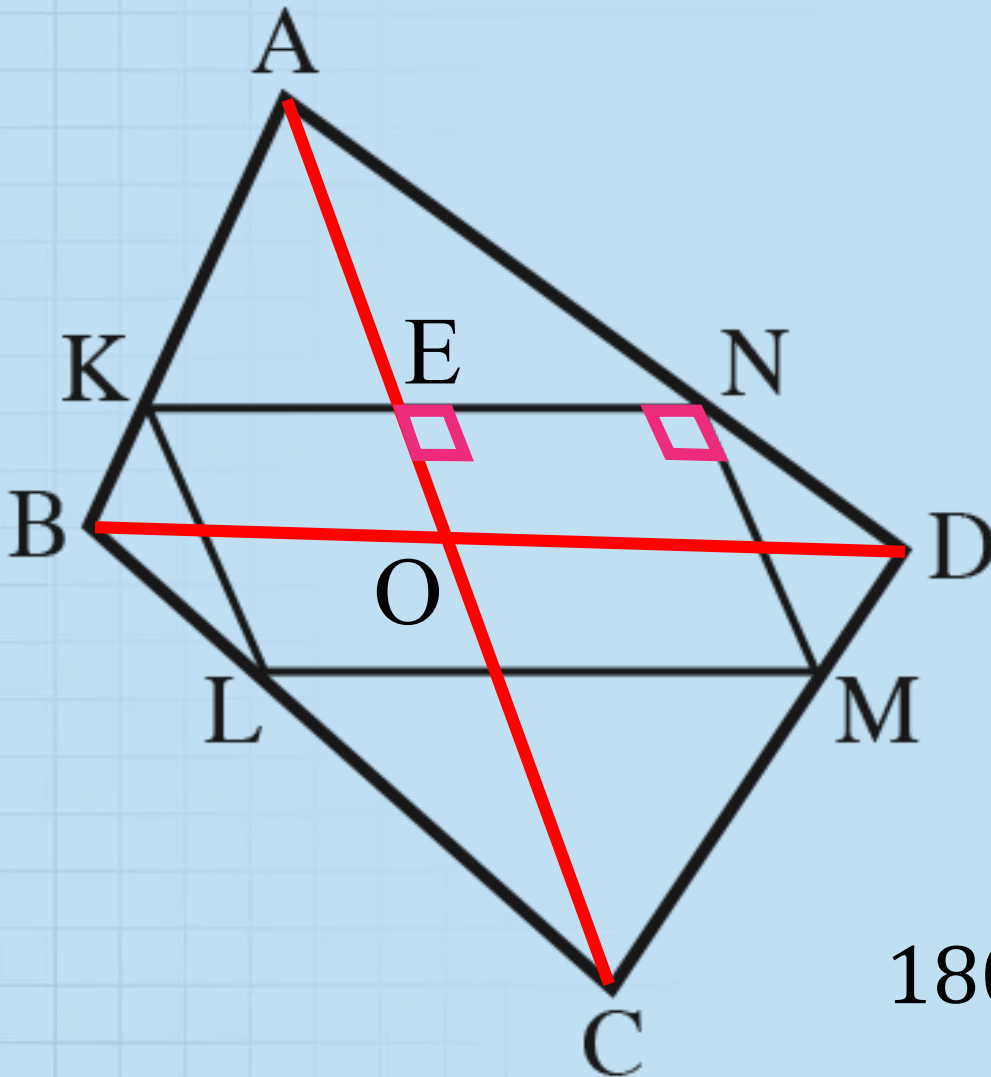
מקבילית בעלת זווית ישרה היא מלבן

מטרה "ליוצר" זווית פנימית במקבילית
 ישרה. נניח, $\sphericalangle KNM = 90^\circ$



$$\sphericalangle NEO = 90^\circ$$

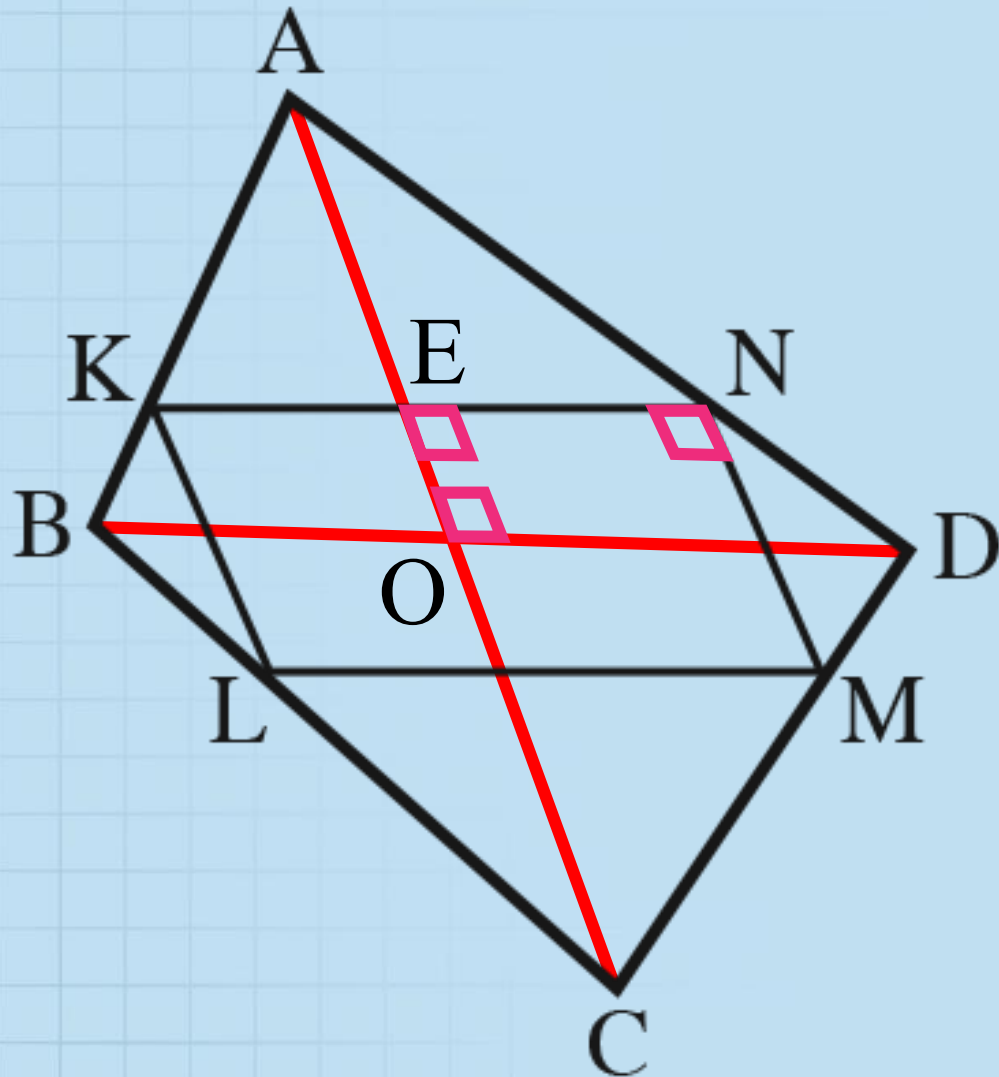
זוויות חד צדדיות בין
 מקבילים משלימות ל- 180°



ג. איזה תנאי צריכים לקיים אלכסוני המרובע
 ABCD כדי שהמקבילית KLMN תהיה מלבן?

$$\frac{AK}{KB} = \frac{CL}{LB} = \frac{CM}{MD} = \frac{AN}{ND}$$

פתרון



$$\angle NEO = 90^\circ$$



$$\angle EOD = 90^\circ$$

זוויות חד צדדיות בין
 מקבילים משלימות ל- 180°

עלינו לדרוש שאלכסוני המרובע ABCD
 יהיו מאונכים זה לזה
מ.ש.ל ג'

בהצלחה