פתרון תרגיל

נקודות קיצון מוחלטות– פולינומים

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 739, ת. 27

המצגת נערכה ע״י דנה עידן

השאלה

27) הפונקציה $f(x) = -x^3+3x+2$ מוגדרת בתחום $-3 \le x \le 2$.

א. מצא את הנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת וקבע לגבי כל נקודה אם היא נקודת מינימום או מקסימום.

ב. חשב את ערכי הפונקציה בנקודות הקצה של התחום הנ״ל.

ג. רשום את נקודות הקיצון המקומיות והמוחלטות של הפונקציה.

א. מצא את הנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת וקבע לגבי כל נקודה אם היא נקודת מינימום או מקסימום.

פתרון

<u>סעיף א':</u>

$$y = -x^3 + 3x + 2$$

$$y' = -3x^2 + 3$$

$$-3x^2 + 3 = 0$$

$$-3x^2 = -3$$

$$x^2 = 1$$

א. מצא את הנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת וקבע לגבי כל נקודה אם היא נקודת מינימום או מקסימום.

פתרון

$$x = \pm\sqrt{1}$$

$$x = 1, -1$$

נשתמש בנגזרת השנייה.

$$y' = -3x^2 + 3$$

$$y'' = -6x$$

א. מצא את הנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת וקבע לגבי כל נקודה אם היא נקודת מינימום או מקסימום.

פתרון

$$y''(1) = -6 \cdot 1 = -6 < 0 \longrightarrow$$ **מקסימום**

$$y''(-1) = (-6) \cdot (-1) = 6 > 0 \longrightarrow$$ **מינימום**

נמצא את ערכי ה-y של נקודות הקיצון.

$$f(x) = -x^3 + 3x + 2$$

$$f(1) = -1^3 + 3 + 2 = 4$$

$$f(-1) = -(-1)^3 + 3 \cdot (-1) + 2 = 0$$

א. מצא את הנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת וקבע לגבי כל נקודה אם היא נקודת מינימום או מקסימום.

פתרון

לסיכום:

$(1,4)$	**מקסימום**
$(-1,0)$	**מינימום**

ב. חשב את ערכי הפונקציה בנקודות הקצה של התחום הנ״ל.

פתרון

<u>סעיף ב':</u>

נמצא את ערכי הפונקציה (שיעורי ה-y) בנקודות הקצה שלה.

$$f(x) = -x^3 + 3x + 2$$

$$f(-3) = -(-3)^3 + 3 \cdot (-3) + 2 = \boxed{20}$$

$$f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2 + 2 = \boxed{0}$$

ג. רשום את נקודות הקיצון המקומיות והמוחלטות של הפונקציה.

פתרון

<u>סעיף ג':</u>

נרכז את כל נקודות הקיצון שמצאנו כדי שנוכל למצוא את המינימום המוחלט ואת המקסימום המוחלט.

$(1,\mathbf{4})$

$(-1,\mathbf{0})$ → שיעור ה-y **הקטן ביותר**

$(-3,\mathbf{20})$ → שיעור ה-y **הגדול ביותר**

$(2,\mathbf{0})$ → שיעור ה-y **הקטן ביותר**

ג. רשום את נקודות הקיצון המקומיות והמוחלטות של הפונקציה.

פתרון

נסכם את הסוג של כל נקודות הקיצון בטבלה:

הנקודה	סוג הקיצון
$(1,4)$	מקסימום מקומי שאינו מוחלט
$(-1,0)$	מינימום מקומי ומוחלט
$(-3,20)$	מקסימום מקומי ומוחלט
$(2,0)$	מינימום מקומי ומוחלט

בהצלחה