פתרון תרגיל

נקודות קיצון
מוחלטות-פולינומים

מתמטיקה (4-5 יח"ל) חלק א'

481-581 , עמ' 738, ת. 19

השאלה

מצא את נקודות המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציות הבאות בקטעים הרשומים לידן :

19) $y = x^3+3x+1$, $[-2, 2]$

19) $y = x^3+3x+1$, $[-2,2]$

פתרון

נעבוד על-פי השלבים הבאים:

השלבים למציאת נקודות מינימום ומקסימום מוחלטים של פונקציה המוגדרת בקטע סגור הם:

א) גוזרים את הפונקציה ומשווים את הנגזרת לאפס.

ב) מוצאים את פתרונות המשוואה המתקבלת (שיעורי ה-x).

ג) מציבים את כל אחד מהפתרונות שהתקבלו בסעיף ב׳ וגם את ערכי x של נקודות הקצה בפונקציה המקורית, ומחשבים את ערכי y המתאימים.

ד) משווים בין התוצאות, הנקודה ששיעור ה-y שלה הוא הקטן ביותר היא נקודת מינימום מוחלט והנקודה ששיעור ה-y שלה הוא הגדול ביותר היא נקודת מקסימום מוחלט.

$$y = x^3 + 3x + 1 \quad , \quad [-2, 2]$$ (19

פתרון

שלב א׳-השוואת הנגזרת של הפונקציה לאפס

$$y = x^3 + 3x + 2$$

$$y' = 3x^2 + 3$$

$$3x^2 + 3 = 0$$

שלב ב׳-פותרים את המשוואה המתקבלת

$$3x^2 = -3$$

19) $y = x^3+3x+1$, $[-2, 2]$

פתרון

$$x^2 = -1$$

אין פתרון (אין שורש ריבועי ממשי למספר שלילי).

לפיכך, הנגזרת של הפונקציה הנתונה לעולם לא מתאפסת.

שלב ג׳-מוצאים את שיעורי ה-y של הנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת ושל נקודות הקצה

במקרה שלנו, יש למצוא רק את שיעורי ה-y של נקודות הקצה ($x = -2$ ו- $x = 2$).

19) $y = x^3+3x+1$, $[-2, 2]$

פתרון

$$y = x^3 + 3x + 1$$

$$x = -2 \rightarrow y = (-2)^3 + 3 \cdot (-2) + 1 = -13$$

$$x = 2 \rightarrow y = 2^3 + 3 \cdot 2 + 1 = 15$$

שלב ד'-השוואה בין שיעורי ה-y

שיעור ה-y **הקטן ביותר** הוא -13, ושיעור ה-y **הגדול ביותר** הוא 15.

19) $y = x^3+3x+1$, $[-2, 2]$

פתרון

לפיכך: $(-2, -13)$ מינימום מוחלט

$(2,15)$ מקסימום מוחלט

בהצלחה