הקנייה

נקודות קיצון מוחלטות–
פולינומים

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 734–735

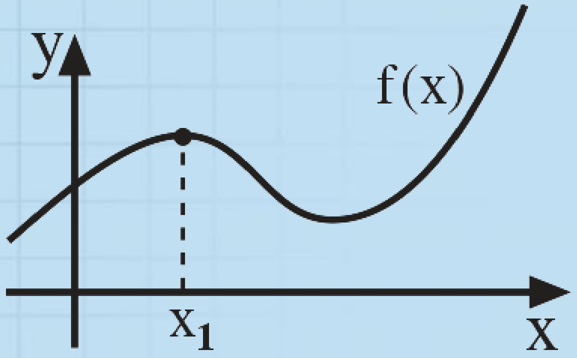
המצגת נערכה ע"י דנה עידן

נקודות קיצון מוחלטות – פולינומים

נקודות קיצון מוחלטות של פונקציה

אם בנקודה x_1 יש לפונקציה **מקסימום מקומי** פירושו ש-$f(x_1)$ הוא הערך הגדול ביותר של הפונקציה **בסביבה** של x_1. ייתכן כמובן שיש נקודות אחרות בהן הפונקציה מקבלת ערכים יותר גדולים מ-$f(x_1)$.

הקנייה



לדוגמא, לפונקציה שבציור יש מקסימום מקומי ב-x_1 אבל יש כמובן נקודות מימין ל-x_1 שבהן ערך הפונקציה גדול מערכה בנקודת המקסימום.
דבר דומה קורה לגבי נקודת מינימום.

נעבור להגדיר את המושגים **מינימום מוחלט** ו**מקסימום מוחלט**.

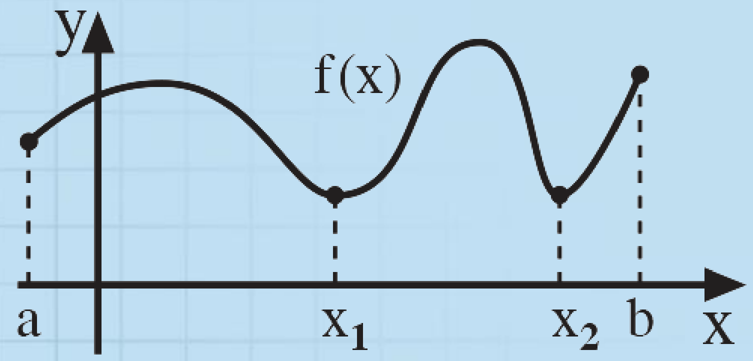
מינימום מוחלט – נקודה x_1 נקראת נקודת מינימום מוחלט של פונקציה $f(x)$ בתחום אם לכל x בתחום מתקיים $f(x_1) \le f(x)$.
מקסימום מוחלט – נקודה x_1 נקראת נקודת מקסימום מוחלט של פונקציה $f(x)$ בתחום אם לכל x בתחום מתקיים $f(x_1) \ge f(x)$.

הקנייה

הערות:

א) ההגדרות של נקודות הקיצון המקומי שהגדרנו בעמ' 697 מתייחסות גם לנקודות הקצה. לכן בפונקציות שבהן נדון הכלל הוא שכל **נקודת קיצון מוחלט** היא גם **נקודת קיצון מקומי**. ההיפך, כפי שראינו, לא נכון.

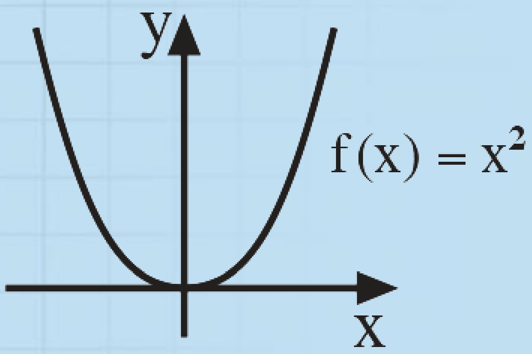
ב) נקודות הקיצון המוחלטות יכולות להתקבל **בנקודות הקיצון הפנימיות** או **בנקודות הקצה** אם הפונקציה מוגדרת בקטע סגור או חצי סגור או בקרן.



ג) המינימום המוחלט (וגם המקסימום המוחלט) יכולים להתקבל ביותר מנקודה אחת. למשל הפונקציה שבציור מקבלת מינימום מוחלט בנקודות x_1 ו-x_2 כי לכל x בתחום $a \le x \le b$ מתקיים $f(x_1) = f(x_2) \le f(x)$.

הקנייה

ד) ייתכן שלפונקציה אין מינימום מוחלט או מקסימום מוחלט. לדוגמא לפונקציה $f(x) = x^2$ יש מינימום מוחלט בנקודה $(0,0)$ אבל אין לה מקסימום מוחלט.

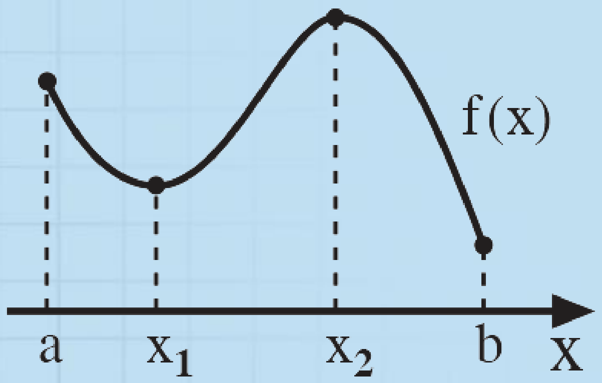


הקנייה

ה) למעשה קיים המשפט הבא:

אם הפונקציה רציפה (ללא קפיצות) ומוגדרת בקטע סגור אז המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט מתקבלים תמיד או בנקודות הקיצון הפנימיות או בנקודות הקצה.

ההבדל העיקרי הוא **שהנגזרת** בנקודות **הקצה איננה** חייבת להיות **אפס**. **לדוגמא** לפונקציה שבציור המוגדרת בקטע סגור $[a,b]$ יש מינימום מקומי (פנימי) ב-x_1, **שאיננו** מינימום מוחלט, ומינימום מקומי ומוחלט (בקצה) ב-b. יש לה מקסימום מקומי (בקצה) ב-a, שאיננו מקסימום מוחלט, ומקסימום מקומי ומוחלט (פנימי) ב-x_2.



בהצלחה