פתרון תרגיל

חקירת פונקציה– פולינומים

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 729, ת. 50

המצגת נערכה ע״י דנה עידן

השאלה

50) הפונקציה $y = a^2x^4-(a+3)x$ עולה בתחום $x > 1$ ויורדת בתחום $x < 1$.

א. מצא את שני הערכים האפשריים של a.

ב. הצב בפונקציה את ה-a הגדול מבין השניים ומצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.

ג. שרטט בצורה כללית סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. מצא לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה:

(1) בשתי נקודות. (2) בנקודה אחת. (3) באף נקודה.

א. מצא את שני הערכים האפשריים של a.

פתרון

סעיף א':

נתון שכאשר $x<1$ הפונקציה **יורדת**, וכאשר $x>1$ הפונקציה **עולה**.

כלומר, בנקודה $x=1$ הפונקציה משנה התנהגות מירידה לעלייה.

מסקנה: בנקודה $x=1$ יש לפונקציה **נקודת מינימום** (נקודת קיצון).

לפיכך חייב להתקיים: $y'(1)=0$

א. מצא את שני הערכים האפשריים של a.

פתרון

$$y = a^2x^4 - (a+3)x$$

$$y' = a^2 \cdot 4x^3 - (a+3)$$

$$y' = 4a^2x^3 - a - 3$$

נשתמש במסקנה שלפיה: $y'(1) = 0$

$$4a^2 \cdot 1^3 - a - 3 = 0$$

א. מצא את שני הערכים האפשריים של a.

פתרון

$$4a^2 - a - 3 = 0$$

מקבלים שני פתרונות: $\boxed{a_1 = -\frac{3}{4} \quad \text{ו-} \quad a_2 = 1}$

ב.   הצב בפונקציה את ה-a הגדול מבין השניים ומצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.

פתרון

סעיף ב':

נציב $a = 1$ בפונקציה.

$$y = a^2x^4 - (a+3)x$$

$$a = 1 \rightarrow y = x^4 - 4x$$

$$y = x^4 - 4x$$

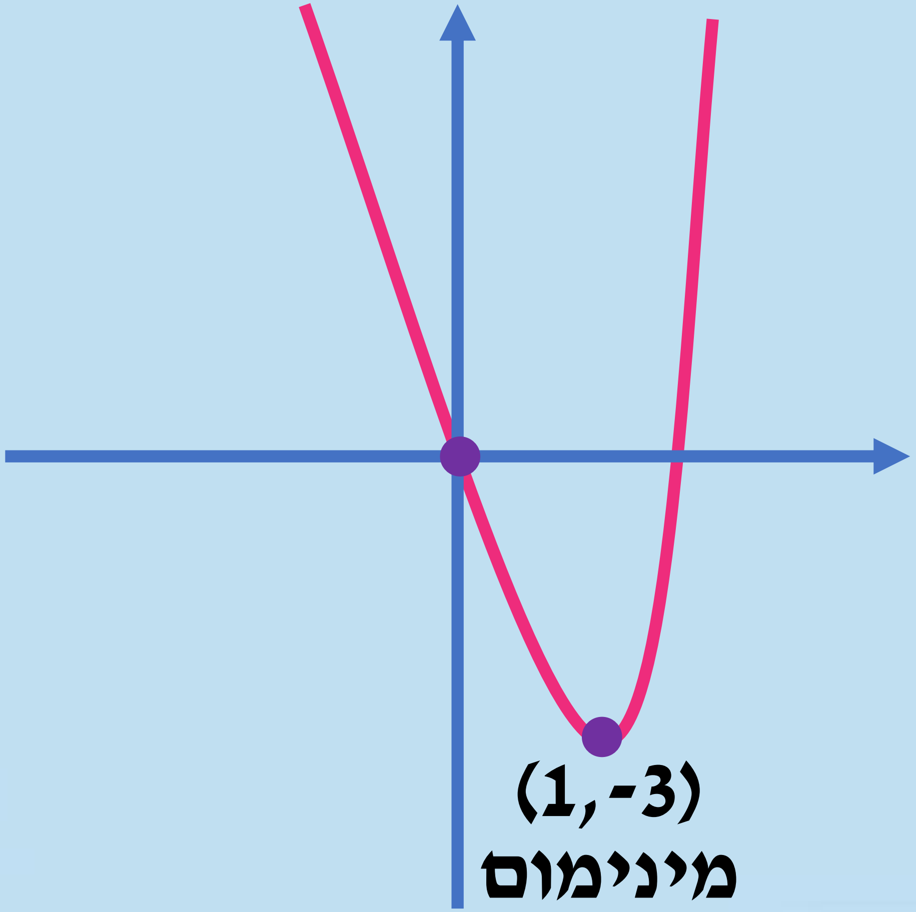
$$x = 1 \rightarrow y = 1^4 - 4 \cdot 1 = -3$$

קיבלנו שנקודת הקיצון היא: $\boxed{(1, -3)\ \text{מינימום}}$

ג. שרטט בצורה כללית סקיצה של גרף הפונקציה.

פתרון

סעיף ג':



ד. מצא לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה:
(1) בשתי נקודות. (2) בנקודה אחת. (3) באף נקודה.

פתרון

סעיף ד':

(1) מחפשים את ערכי k שעבורם הישר $y = k$ חותך את הפונקציה בשתי נקודות.

רואים בשרטוט שכל ישר שנמצא **מעל** לישר $y = -3$ חותך את הפונקציה בשתי נקודות.

לכן, $k > -3$

ד. מצא לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה:
(1) בשתי נקודות. (2) בנקודה אחת. (3) באף נקודה.

פתרון

(2) מחפשים את ערכי k שעבורם הישר $y = k$ חותך את הפונקציה בנקודה אחת.

בשרטוט רואים **שרק** הישר $y = -3$ חותך את הפונקציה בנקודה אחת.

לכן, $\boxed{k = -3}$.

ד. מצא לאילו ערכי k הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה:
(1) בשתי נקודות. (2) בנקודה אחת. (3) באף נקודה.

פתרון

(3) מחפשים את ערכי k שעבורם הישר $y=k$
לא חותך את הפונקציה באף נקודה.

רואים בשרטוט שכל ישר שנמצא **מתחת** לישר
$y=-3$ לא חותך את הפונקציה בכלל.

לכן, $\boxed{k<-3.}$

בהצלחה