פתרון תרגיל

נקודות פיתול שהמשיק דרכן מקביל לציר ה-x-פולינומים

מתמטיקה (4-5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 711, ת. 8

המצגת נערכה ע״י דנה עידן

השאלה

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות:

8) $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות: (8 $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$

פתרון

נגזור את הפונקציה, נשווה את הנגזרת לאפס, ונפתור את המשוואה המתקבלת.

$$y = 3x^5 - 5x^3 + 1$$

$$y' = 15x^4 - 15x^2$$

$$15x^4 - 15x^2 = 0$$

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות: (8 $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$

פתרון

$$15x^2(x^2 - 1) = 0$$

$$15x^2 = 0 \qquad\qquad x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 0 \qquad\qquad x^2 = 1$$

$$x = 0 \qquad\qquad x = 1 \qquad x = -1$$

לפיכך, יש **שלוש** נקודות שבהן הנגזרת מתאפסת.

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות: 8) $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$

פתרון

נעזר בנגזרת השנייה.

$$y' = 15x^4 - 15x^2$$

$$y'' = 60x^3 - 30x$$

$$y''(0) = 0$$

$$y''(1) = 60 \cdot 1^3 - 30 \cdot 1 = 30 > 0 \rightarrow$$ **מינימום**

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות: **8)** $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$

פתרון

$$y''(-1) = 60 \cdot (-1)^3 - 30 \cdot (-1) = -30 < 0 \rightarrow \text{מקסימום}$$

תזכורת:

אם בנקודה מסויימת הנגזרת הראשונה וגם הנגזרת השנייה שווה לאפס אז צריך להציב בפונקציה או בנגזרת של הפונקציה ערכים משני הצדדים של הנקודה כדי לקבוע אם הנקודה היא נקודת קיצון או שהיא איננה נקודת קיצון. (הערכים צריכים להיות בסביבה של הנקודה שלא כוללת נקודות אחרות שבהן הנגזרת מתאפסת).

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות: **8)** $y = 3x^5-5x^3+1$

פתרון

נמצא את ערכי הפונקציה בנקודות $x = 0.5$, $x = 0$, $x = -0.5$

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 1$$

$$f(-0.5) = 3\cdot(-0.5)^5 - 5\cdot(-0.5)^3 + 1 = 1.53125$$

$$f(0) = 1$$

$$f(0.5) = 3\cdot 0.5^5 - 5\cdot 0.5^3 + 1 = 0.46875$$

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות: 8) $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$

פתרון

מתקיים: $f(0.5) < f(0) < f(-0.5)$

לפיכך, **אין** לפונקציה נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 0$.

לסיכום, נקודות הקיצון של הפונקציה הן: $x = 1$, $x = -1$

נמצא את ערכי ה-y המתאימים ע"י הצבה בפונקציה המקורית

$$\boldsymbol{x = 1} \rightarrow y = 3 \cdot 1^5 - 5 \cdot 1^3 + 1 = -1$$

$$\boldsymbol{x = -1} \rightarrow y = 3 \cdot (-1)^5 - 5 \cdot (-1)^3 + 1 = 3$$

$(-1, 3)$ מקסימום , $(1, -1)$ מינימום

בהצלחה