פתרון תרגיל

מציאת הנקודה
על-פי הנגזרת

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 665, ת. 35 , 45

המצגת נערכה ע"י דנה עידן

השאלה

מצא בתרגילים הבאים את **שיעור ה-x** של הנקודה או הנקודות שעל גרף הפונקציה (אם יש כאלה) שבהן **הנגזרת שווה לאפס**:

35) $y=\frac{3}{5}x^5-5x^3+12x$

35) $y = \frac{3}{5}x^5 - 5x^3 + 12x$

פתרון

שלבי הפתרון:

<u>שלב 1</u>: **גוזרים** את הפונקציה.

<u>שלב 2</u>: **משווים** את הנגזרת לערך הנתון.

<u>שלב 3</u>: **פותרים** את המשוואה המתקבלת.

$y = \frac{3}{5}x^5 - 5x^3 + 12x$ (35

פתרון

<u>שלב 1</u> : **גוזרים** את הפונקציה.

$$y = \frac{3}{5} \cdot x^5 - 5x^3 + 12x$$

$$y' = \frac{3}{5} \cdot 5x^4 - 5 \cdot 3x^2 + 12$$

$$y' = 3x^4 - 15x^2 + 12$$

35) $y = \frac{3}{5}x^5 - 5x^3 + 12x$

פתרון

<u>שלב 2</u>: נתון: $y' = 0$

משווים את הנגזרת לערך הנתון.

$3x^4 - 15x^2 + 12 = 0$

זוהי משוואה דו-ריבועית. נפתור אותה על-ידי שימוש במשתנה עזר.

נסמן: $t = x^2$

ואז המשוואה החדשה היא: $3t^2 - 15t + 12 = 0$

פותרים את המשוואה הריבועית הנ"ל, ומקבלים: $t = 1$ ו-$t = 4$.

פתרון

כעת נחזור למשתנה המקורי x.

$$t = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow \boxed{x = 1, \qquad x = -1}$$

$$t = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow \boxed{x = 2, \qquad x = -2}$$

השאלה

ליד כל פונקציה רשום ערך הנגזרת בנקודה מסויימת שעל הגרף. מצא את שיעורי הנקודה (או הנקודות):

45) $y = x^6 - 3x^4 + 3x^2 + 2$, $y' = 0$

45) $y = x^6 - 3x^4 + 3x^2 + 2$, $y' = 0$

פתרון

שלבי הפתרון:

שלב 1: **גוזרים** את הפונקציה.

שלב 2: **משווים** את הנגזרת לערך הנתון.

שלב 3: **פותרים** את המשוואה המתקבלת.

שלב 4: **מציבים** את שיעורי ה-x שהתקבלו בפונקציה המקורית כדי למצוא את שיעורי ה- y

שלב 5: **כותבים** את התשובה הסופית **כנקודה**, כלומר, בצורה הבאה: (x,y)

45) $y = x^6 - 3x^4 + 3x^2 + 2$, $y' = 0$

פתרון

<u>שלב 1</u>: גוזרים את הפונקציה.

$$y = x^6 - 3x^4 + 3x^2 + 2$$

$$y' = 6x^5 - 12x^3 + 6x$$

<u>שלב 2</u>: משווים את הנגזרת לערך הנתון.

נתון: $y' = 0$

$$6x^5 - 12x^3 + 6x = 0$$

$$6x(x^4 - 2x^2 + 1) = 0$$

פתרון

שלב 3:

$$x^4 - 2x^2 + 1 = 0$$

$$\boxed{x = 0}$$

זוהי משוואה דו-ריבועית. נפתור אותה על-ידי שימוש במשתנה עזר.

נסמן: $t = x^2$

ואז המשוואה החדשה היא: $t^2 - 2t + 1 = 0$

פותרים את המשוואה הריבועית הנ"ל, ומקבלים: $t = 1$.

כעת נחזור למשתנה המקורי x.

$$t = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow \boxed{x = 1, \quad x = -1}$$

$y' = 0 \qquad ,y = x^6 - 3x^4 + 3x^2 + 2$ (45

פתרון

<u>שלב 4:</u> נמצא את שיעור ה-y המתאים לכל שיעור x על-ידי הצבה בפונקציה המקורית: $y = x^6 - 3x^4 + 3x^2 + 2$

$x = 0 \rightarrow y = 2$

וכך, הנקודה היא: $\boxed{(0,2)}$

45) $y = x^6 - 3x^4 + 3x^2 + 2$, $y' = 0$

פתרון

$$x = 1 \rightarrow y = 1^6 - 3 \cdot 1^4 + 3 \cdot 1^2 + 2 = 3$$

וכך, הנקודה היא: $\boxed{(1,3)}$

$$x = -1 \rightarrow y = (-1)^6 - 3(-1)^4 + 3(-1)^2 + 2 = 3$$

וכך, הנקודה היא: $\boxed{(-1,3)}$

בהצלחה