הקנייה

מציאת הנקודה על פי הנגזרת

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 664

תרגיל לדוגמה

מציאת הנקודה עפ"י הנגזרת

מצא את הנקודות שעל גרף הפונקציה $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-5x$ שבהן הנגזרת שווה ל--2.

פתרון:

נגזור ונקבל $y'=(\frac{1}{3}x^3+x^2-5x)'=x^2+2x-5$, נשווה ל-$-2$ ונקבל $x^2+2x-5=-2$,

מתקבלת המשוואה הריבועית $x^2+2x-3=0$. הפתרונות הם $x_1=1$, $x_2=-3$.

כדי למצוא את שיעור ה-y של כל נקודה נציב את הפתרונות הנ"ל בפונקציה

$y=\frac{1}{3}x^3+x^2-5x$ ונקבל $y_1=-3\frac{2}{3}$, $y_2=15$. לכן הנקודות שבהן הנגזרת של

הפונקציה $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-5x$ היא -2 הן $(1,-3\frac{2}{3})$ ו-$(-3,15)$.

תרגיל לדוגמה

פונקציה עם פרמטרים – הנגזרת

הפונקציה $y = ax^3+4x^2$ מקיימת: $f'(2) = 4$. מצא את a.

פתרון:

נגזור את הפונקציה **לפי** x ונתייחס **ל-a** כאל **מספר קבוע**.

נקבל $f'(x) = 3ax^2+8x$. עפ"י הנתון $f'(2) = 4$, לכן נציב $x = 2$ בנגזרת,

נשווה אותה ל-4 ונקבל $3a\cdot2^2+8\cdot2 = 4$. קיבלנו **משוואה אחת עם נעלם אחד שהוא a.** אם נפתור את המשוואה נקבל $12a+16 = 4$, כלומר $12a = -12$

ולכן $a = -1$.

השאלה

מצא בתרגילים הבאים את **שיעור ה-x** של הנקודה או הנקודות שעל גרף הפונקציה (אם יש כאלה) שבהן **הנגזרת שווה לאפס**:

27) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x$

27) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x$

פתרון

שלבי הפתרון:

שלב 1: **גוזרים** את הפונקציה.

שלב 2: **משווים** את הנגזרת לערך הנתון.

שלב 3: **פותרים** את המשוואה המתקבלת.

27) $y=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+2x$

פתרון

<u>שלב 1</u> : **גוזרים** את הפונקציה

$$y=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+2x$$

$$y'=\frac{3x^2}{3}-\frac{3}{2}\cdot 2x+2$$

$$y'=x^2-3x+2$$

27) $y=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+2x$

פתרון

<u>שלב 2</u>: **משווים** את הנגזרת לערך הנתון.

נתון: $y'=0$

$$x^2-3x+2=0$$

<u>שלב 3</u>: **פותרים** את המשוואה המתקבלת.

פותרים בעזרת טרינום או בעזרת נוסחת השורשים, ומקבלים:

$\boxed{x_1=1 \text{ ו-} x_2=2}$

בהצלחה