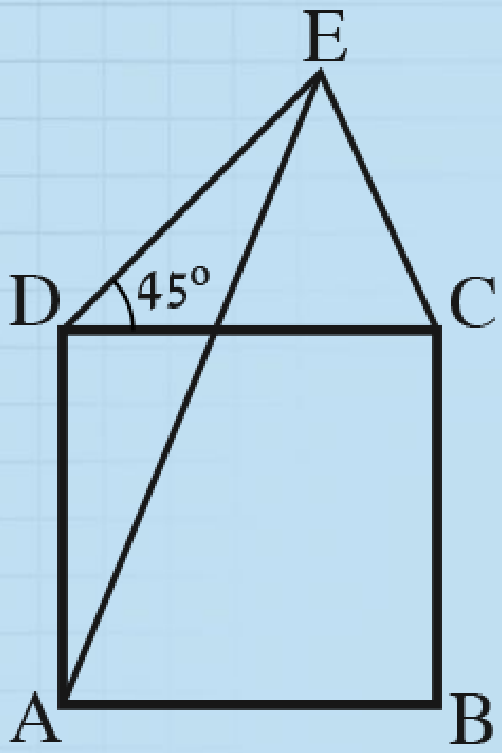
פתרון תרגיל

הוכחת שוויון שטחי משולשים

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 293, ת. 8



השאלה

8) המרובע ABCD הוא ריבוע. הנקודה E נמצאת מחוץ לריבוע. נתון: $\angle CDE = 45^\circ$.

א. הוכח: $S_{ADE} = S_{DEC}$.

(**הדרכה:** העבר את האלכסון AC).

ב. נתון שצלע הריבוע היא a.

הבע באמצעות a את שטח המשולש ACE.

ניתוח הבעיה – חלק א':

בכדי להוכיח ש-2 משולשים שווי שטח, **צריך להוכיח שיש להם אותו אורך צלע ואותו אורך הגובה.**

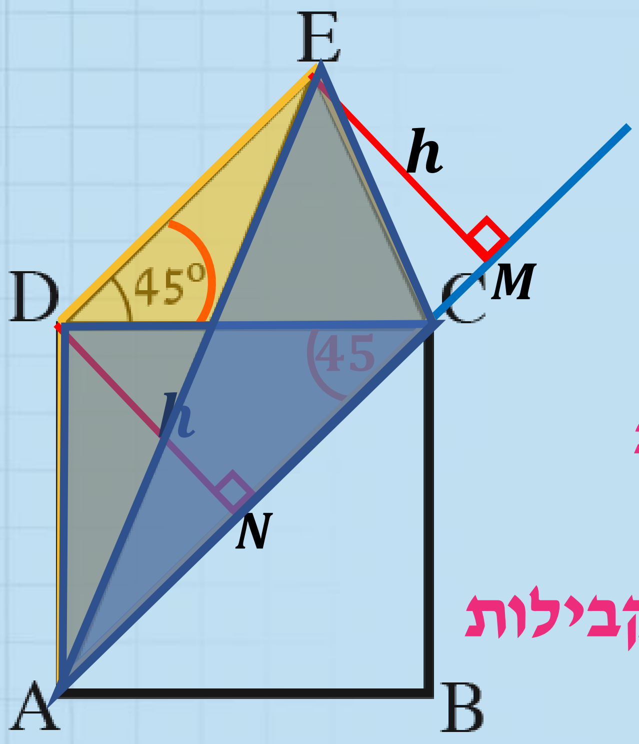
דרך אחרת היא להראות, שהמשולשים באותו מרובע, וממנו ניתן לחתוך צורה משותפת.

ההדרכה מכוונת לאלכסון ***AC***, ויחד עם הזווית **°45** הנתונה ניתן להוכיח מקביליות וטרפז.

א. הוכח: $S_{ADE} = S_{DEC}$.

(הדרכה: העבר את האלכסון AC).

פתרון



בניית עזר אלכסון AC והמשך...

$\sphericalangle EDC = 45°$ נתון

$\sphericalangle DCA = 45°$ אלכסון הריבוע חוצה זווית

$DE \parallel AC$ אם בין 2 ישרים שנחתכים ע"י ישר שלישי נוצרות זוויות מתחלפות שוות, אזי הישרים מקבילים

$ADEC$ טרפז מרובע שבו זוג אחד בלבד של צלעות נגדיות מקבילות

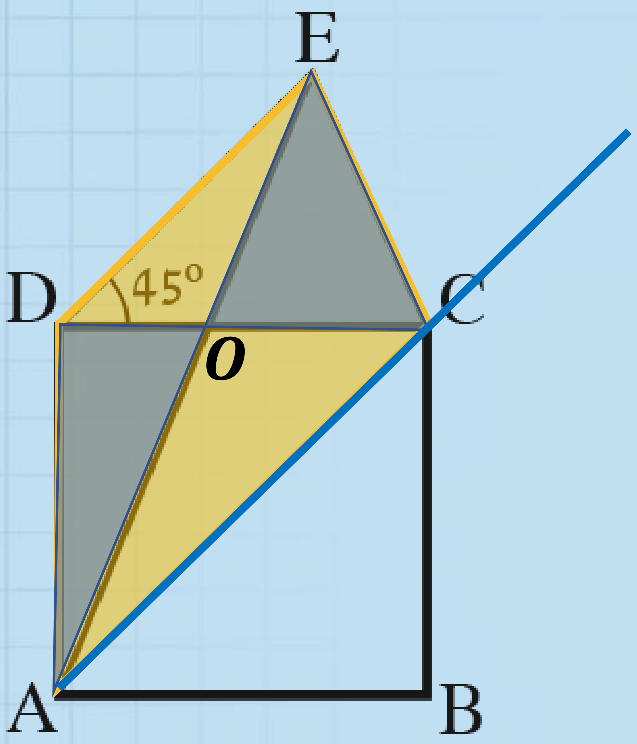
נעביר EM ו-DN גבהים בטרפז

$DN = EM$ ונסמנם ב-h: המרחק בין 2 ישרים מקבילים קבוע

$$S_{\Delta DAC} = S_{\Delta EAC} = \frac{AC \cdot h}{2}$$

א. הוכח: $S_{ADE} = S_{DEC}$.

(הדרכה: העבר את האלכסון AC).



פתרון

הוכח $S_{\Delta DAC} = S_{\Delta EAC}$

סכום שטחים
$$\begin{cases} S_{\Delta DAC} = S_{\Delta ADO} + S_{\Delta OAC} \\ S_{\Delta EAC} = S_{\Delta EOC} + S_{\Delta OAC} \end{cases}$$

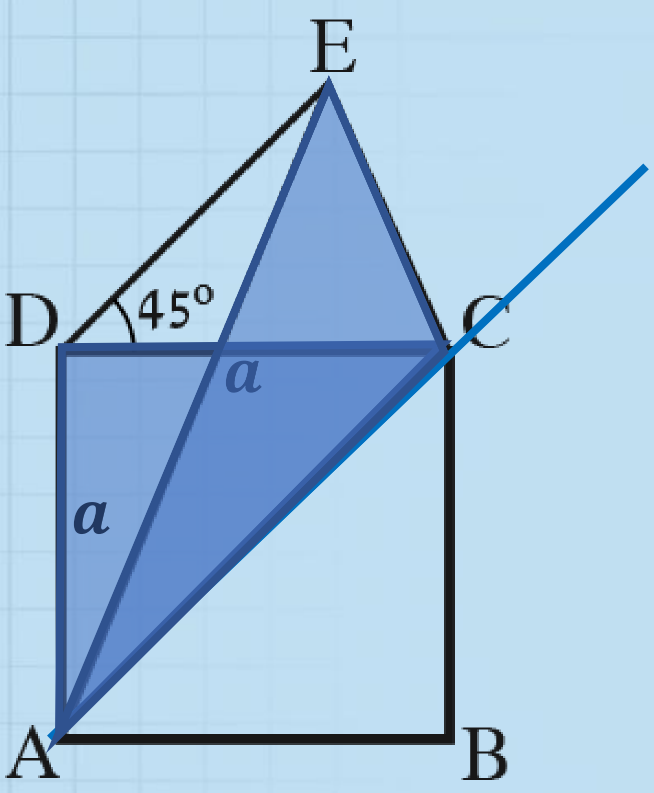
הפרש גדלים שווים $S_{\Delta ADO} = S_{\Delta EOC}$

סכום שטחים
$$\begin{cases} S_{\Delta ADE} = S_{\Delta ADO} + S_{\Delta DOE} \\ S_{\Delta DEC} = S_{\Delta ECO} + S_{\Delta DOE} \end{cases}$$

מ.ש.ל א' $S_{\Delta ADE} = S_{\Delta DEC}$

ב. נתון שצלע הריבוע היא a.

הבע באמצעות a את שטח המשולש ACE.



פתרון

$S_{\Delta DAC} = S_{\Delta EAC}$ הוכח בסעיף א'

נתון $ABCD$ ריבוע, שצלעו באורך a

$$S_{\Delta DAC} = \frac{DA \cdot DC}{2} = \frac{a \cdot a}{2} = \frac{a^2}{2}$$

$S_{\Delta EAC} = \frac{a^2}{2}$ כלל מעבר

מ.ש.ל. ב'

בהצלחה