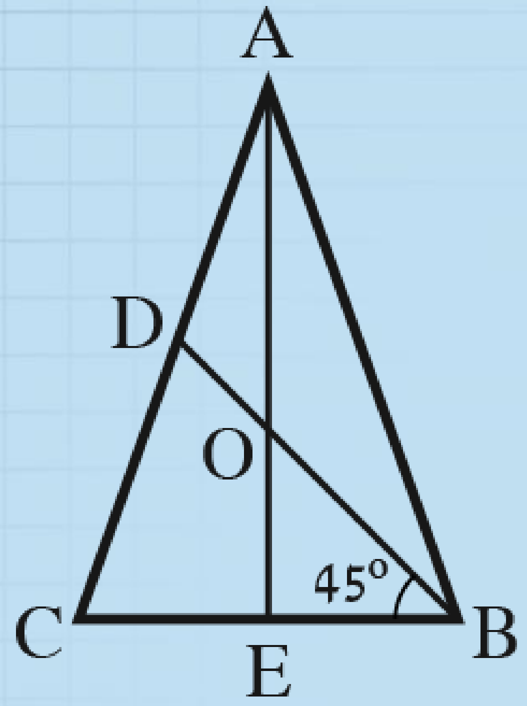
פתרון תרגיל

משולש שווה שוקיים ונקודת מפגש התיכונים במשולש

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 292, ת. 2



השאלה

2) ABC הוא משולש שווה שוקיים (AB = AC).
BD הוא התיכון לשוק AC, AE הוא חוצה
זוית הראש A והם נחתכים בנקודה O.
נתון: $\measuredangle EBO = 45^o$, AE = 12 ס"מ.
חשב את שטחי המשולשים ABC, ADB,
AOB ו-AOD ואת שטח המרובע CEOD.

<u>ניתוח הבעיה:</u>

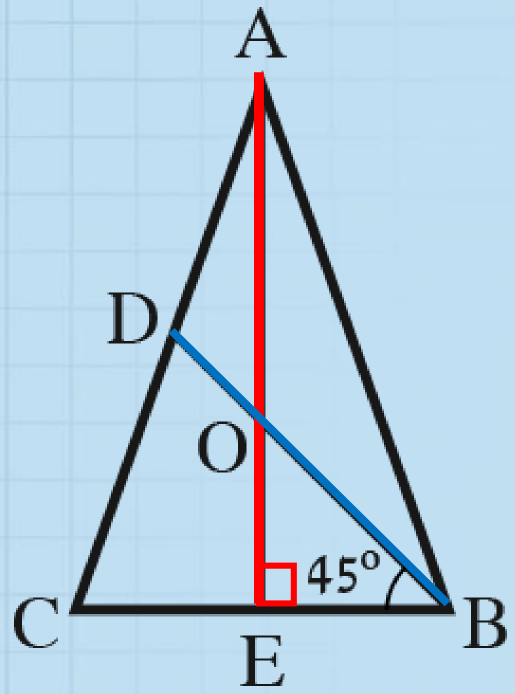
מבקשים שטחי משולשים, כך שצריך למצוא אורכי צלעות וגבהים.

נתונים שני תיכונים (**חוצה זווית הראש במשו"ש**), כך שידועה חלוקה פנימית שלהם.

נתונה זווית $45°$, שמרמזת על חצי רבוע: משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

חשב את שטחי המשולשים ABC, ADB,

AOB ו-AOD ואת שטח המרובע CEOD.



פתרון

$\Delta ABC\ (AB = AC)$ נתון משולש שווה שוקיים

AE חוצה את $\sphericalangle A$ נתון

$AE \perp BC$

AE תיכון לבסיס CB

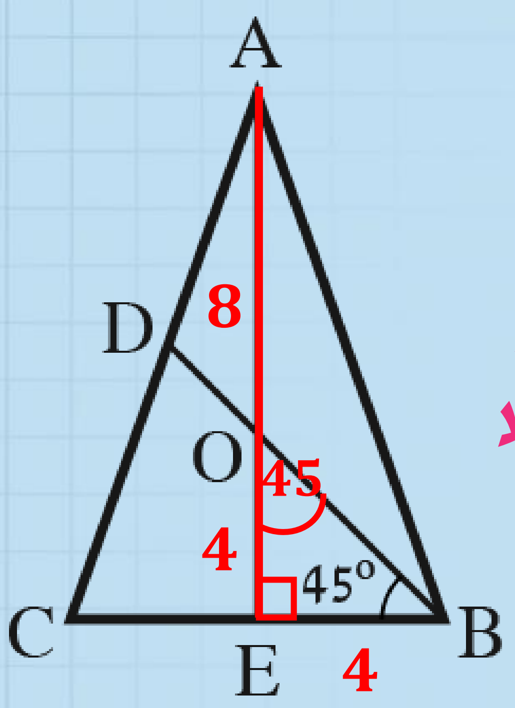
חוצה זווית הראש במשו"ש הוא גם גובה וגם תיכון לבסיס

BD תיכון לצלע AC נתון

O נקודת מפגש התיכונים במשולש

$AO : OE = 2:1$ נקודת מפגש התיכונים במשולש מחלקת אותם ביחס של $2:1$ כך שהקטע הארוך קרוב לקדקוד

חשב את שטחי המשולשים ABC, ADB,
AOB ו-AOD ואת שטח המרובע CEOD.



פתרון

$AO:OE = 2:1$ ונתון $AE = 12$ ס"מ

$AO = \frac{2}{3}AE = \frac{2}{3}\cdot 12 = 8$ ס"מ

$OE = \frac{1}{3}AE = \frac{1}{3}\cdot 12 = 4$ ס"מ

נקודת מפגש התיכונים מחלקת אותם ביחס של 2:1 כך שהקטע הארוך קרוב לקדקוד + חישוב

ב-ΔOEB $\angle OEB = 90°$ הוכח AE גובה.

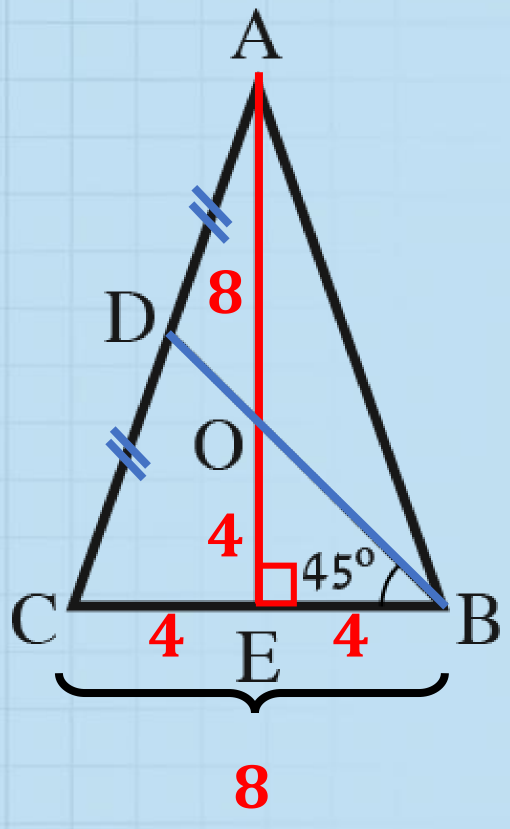
$\angle EOB = 180 - \angle OEB - \angle OBE =$

$= 180 - 90 - 45 = 45°$

סכום זוויות במשולש

ב-ΔOEB $OE = EB = 4$ ס"מ מול זוויות שוות במשולש נחות צלעות שוות + הצבה

חשב את שטחי המשולשים ABC, ADB,
AOB ו-AOD ואת שטח המרובע CEOD.



פתרון

AE תיכון ל-BC וגם גובה — הוכח

$CE = EB = 4$ ס"מ — התיכון חוצה את הצלע + הצבה

$BC = CE + BE = 8$ ס"מ — חיבור קטעים + חישוב

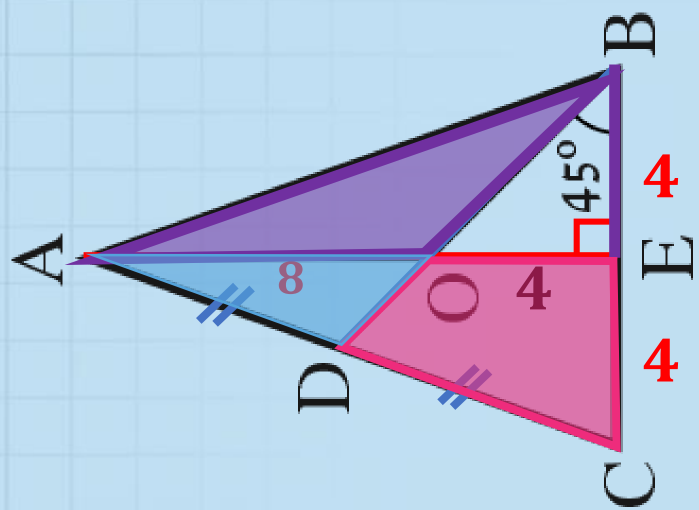
$S_{\Delta ACB} = \frac{CB \cdot AE}{2} = \frac{8 \cdot 12}{2} = 48$ סמ"ר — חישוב שטח משולש מ.ש.ל I

BD תיכון ל-AC — נתון

$S_{\Delta ADB} = S_{\Delta DCB} = \frac{S_{\Delta ACB}}{2} = \frac{48}{2} = 24$ סמ"ר — התיכון מחלק את המשולש ל-2 משולשים שווי שטח מ.ש.ל II

חשב את שטחי המשולשים ABC, ADB,
AOB ו-AOD ואת שטח המרובע CEOD.

פתרון



ב-ΔABO BE גובה חיצוני:
הגובה יוצר זווית ישרה עם הצלע
או עם המשכה

$S_{\Delta ABO} = \frac{AO \cdot BE}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} =$ 16 סמ"ר
מ.ש.ל. III

הפרשי שטחי צורות

$S_{\Delta AOD} = S_{\Delta ABD} - S_{\Delta ABO} = 24 - 16 =$ 8 סמ"ר מ.ש.ל IV

$S_{DOEC} = S_{\Delta AEC} - S_{\Delta AOD} = 24 - 8 =$ 16 סמ"ר מ.ש.ל V

בהצלחה