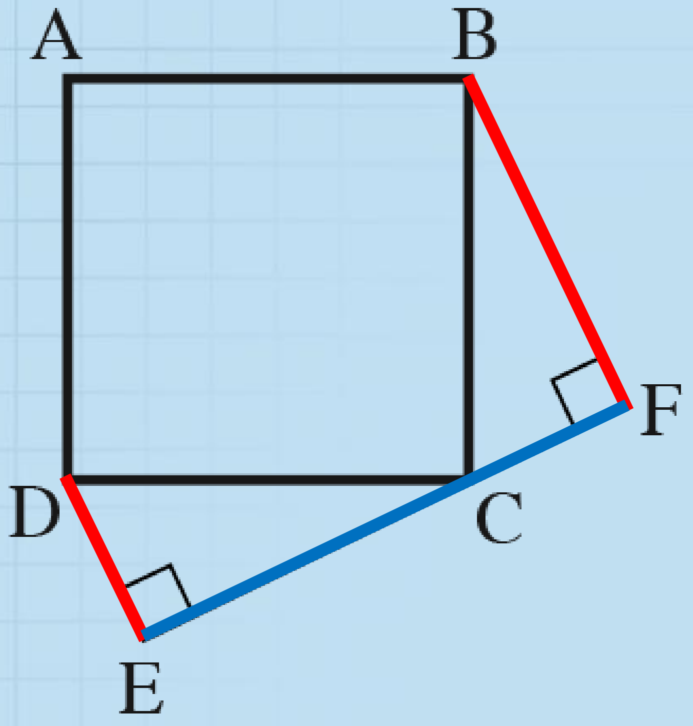
פתרון תרגיל

ריבוע וחפיפת משולשים

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 285, ת. 22



השאלה

22) המרובע ABCD הוא ריבוע.

הקטע EF עובר דרך הקודקוד C.

נתון: $EF \perp BF$, $EF \perp DE$.

הוכח: $DE + BF = EF$.

(**הדרכה:** חפוף את שני המשולשים שבציור.)

<u>ניתוח הבעיה:</u>

מבקשים שנוכיח כי $DE + BF = EF$

חיבור קטעים שכזה מרמז על שוויון קטעים, ועל חפיפת משולשים.

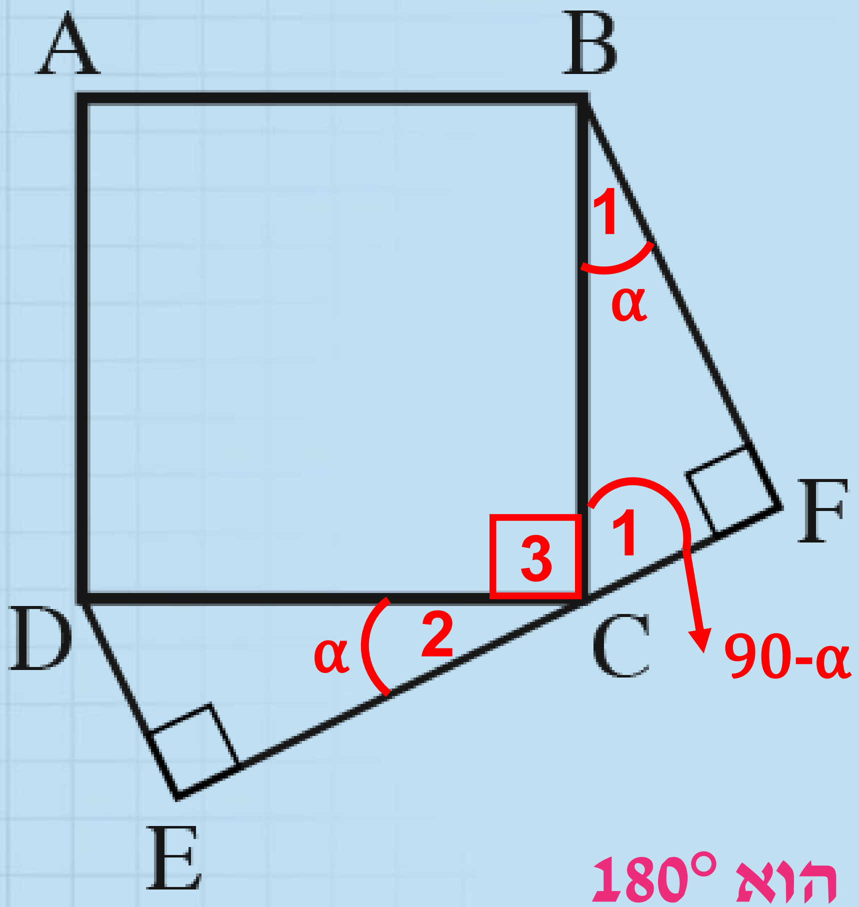
נתחיל בסימון זוויות וחקירתן במשולשים המצוירים.

נתון ריבוע, כך שיש מידע רב על צלעות וזוויות.

הוכח: $DE + BF = EF$.

(הדרכה: חפוף את שני המשולשים שבציור).

פתרון



נסמן: $\measuredangle B_1 = \alpha$

ב- ΔBFC נתון $BF \perp FC$

$\measuredangle F = 90°$ האנך לצלע יוצר זווית ישרה

$\measuredangle C_1 = 180° - \measuredangle F - \measuredangle B_1$ סכום זוויות במשולש

$\measuredangle C_1 = 180° - 90° - \alpha = 90 - \alpha$ חישוב

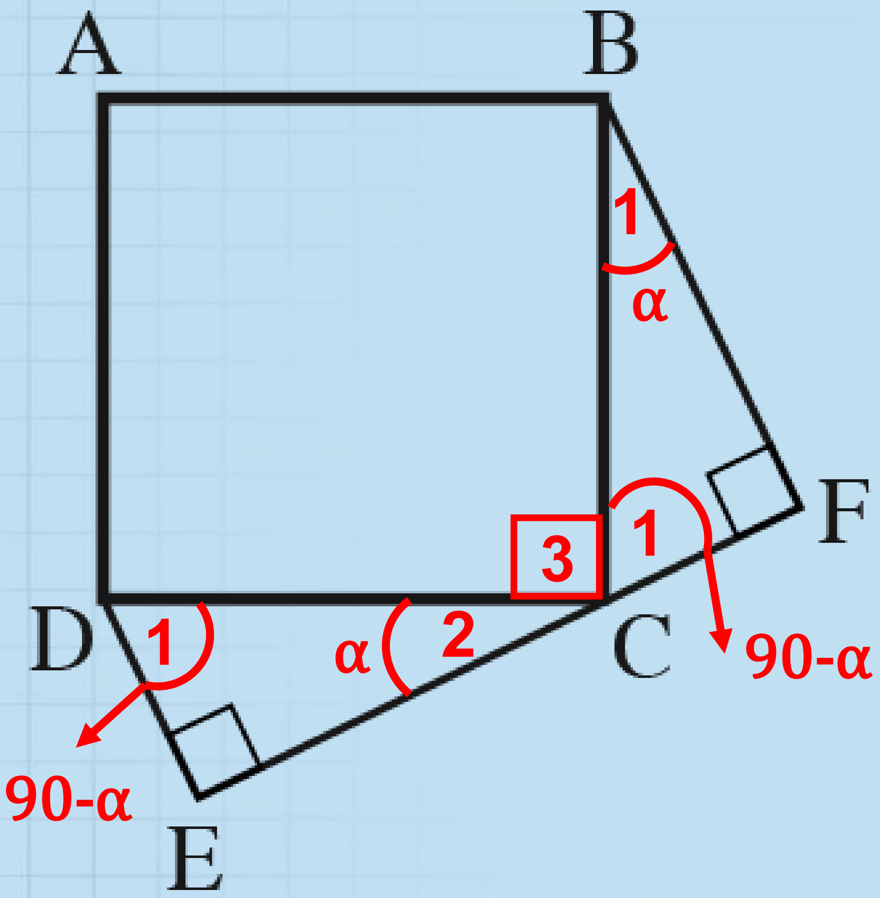
FE קו ישר נתון קטע

$\measuredangle C_2 = 180° - \measuredangle C_3 - \measuredangle C_1$ סכום זוויות על קו ישר הוא 180°

$\measuredangle C_2 = 180° - \measuredangle 90 - (90 - \alpha) = \alpha$

הוכח: $DE + BF = EF$.

(**הדרכה:** חפוף את שני המשולשים שבציור).



פתרון

ב- ΔDEC **נתון** $DE \perp FC$

$\measuredangle E = 90°$ האנך לצלע יוצר זווית ישרה

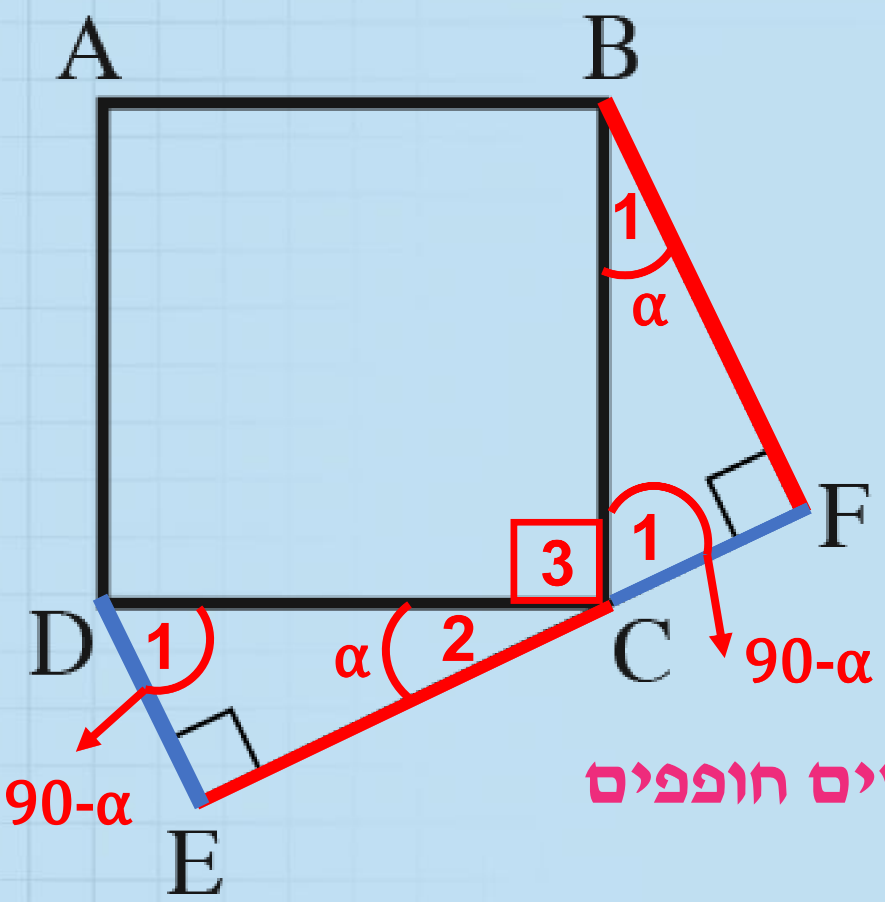
$\measuredangle D_1 = 180° - \measuredangle E - \measuredangle C_2$ סכום זוויות במשולש

$\measuredangle D_1 = 180° - 90° - \alpha = 90 - \alpha$ חישוב

הוכח: $DE + BF = EF$.

(**הדרכה:** חפוף את שני המשולשים שבציור).

פתרון



ב- ΔDEC ו- ΔCFB

(1 $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle C_2$ כלל מעבר

(2 $\sphericalangle C_1 = \sphericalangle D_1$ כלל מעבר

(3 $BC = DC$ כל הצלעות שוות בריבוע

$\Delta DEC \cong \Delta CFB$ עפ"י מ.חפיפה II ז.צ.ז

$BF = EC$ ו- $DE = CF$ צלעות מתאימות במשולשים חופפים

$DE + BF = CF + CE = EF$

מ.ש.ל

בהצלחה