פתרון תרגיל

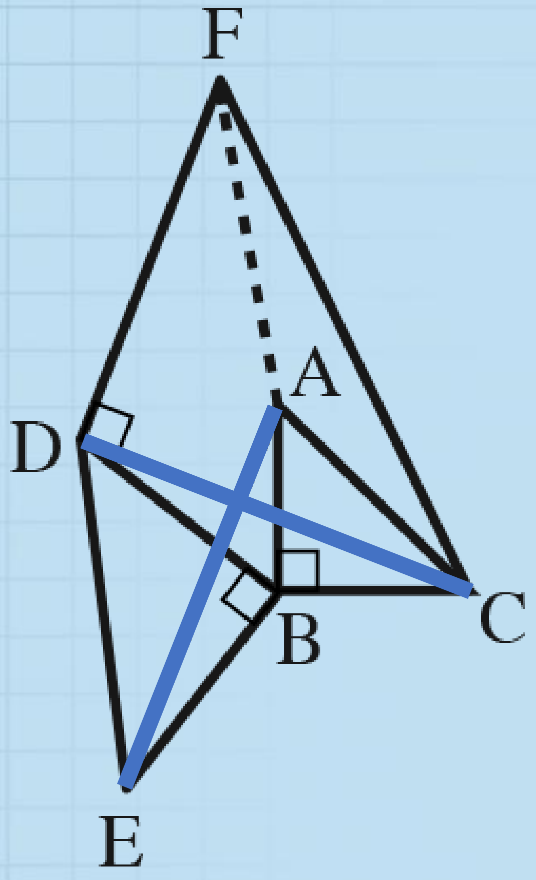
משולשים ישרי זווית
ושווי שוקיים וחפיפה

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 282, ת. 6

המצגת נערכה ע"י תומר פרבר

השאלה



★

6) המשולשים ABC, BDE ו-CDF הם ישרי זווית ושווי שוקיים.

א. הוכח: AE = DF.

(הדרכה: חפוף תחילה את המשולשים ABE ו-CBD).

ב. הוכח: המרובע AEDF הוא מקבילית.

(הדרכה: הוכח ש-AE ו-DF מקבילים זה לזה).

<u>ניתוח סעיף א':</u>

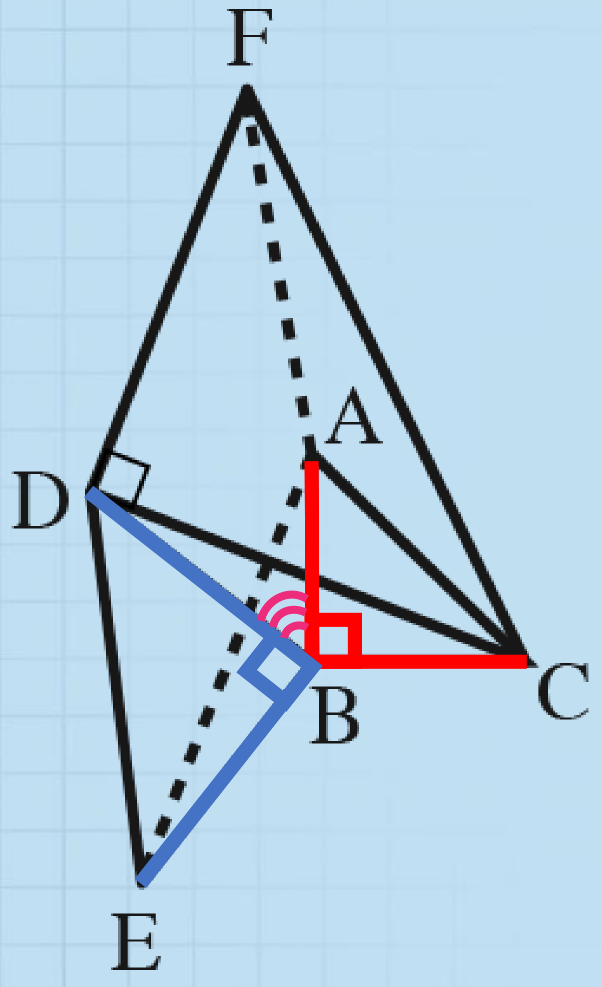
אם נמצא שני משולשים בהם הקטעים נמצאים ונצליח לחפוף אותם סיימנו. **הם לא.**

ביקשו $DF = AE$, אבל AE ו- CD כן במשולשים, ו- $DF = DC$

א. הוכח: $AE = DF$.

(הדרכה: חפוף תחילה את המשולשים ABE ו-CBD).

פתרון



מה נתון?

ΔABC ישר זווית ושווה שוקיים: $BC = AB$, $\measuredangle ABC = 90°$

ΔDBE ישר זווית ושווה שוקיים: $BE = DB$, $\measuredangle DBE = 90°$

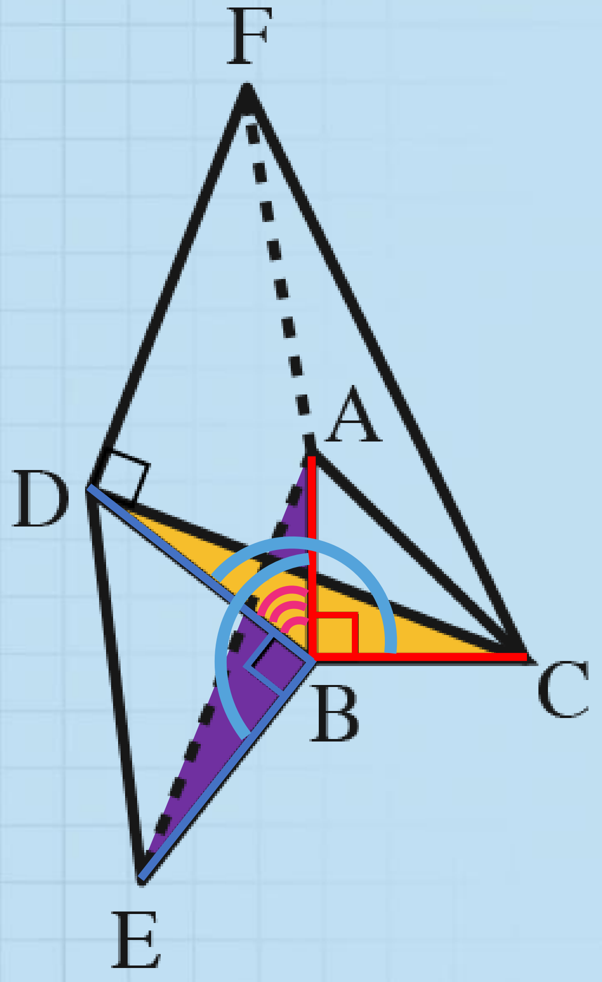
$\measuredangle DBA$ משותפת לשני המשולשים ΔDBC, ΔEBA

נחפוף את המשולשים ΔDBC, ΔEBA ונקבל ש-$AE = DC$

וכיוון שנתון $DF = DC$ סיימנו.

א. הוכח: $AE = DF$.

(הדרכה: חפוך תחילה את המשולשים ABE ו-CBD).



פתרון

ב- ΔDBC ו ΔEBA

1) $AB = BC$ נתון

2) $BE = DB$ נתון

$\angle ABC = \angle DBE = 90^\circ$ נתונים משולשים ישרי זווית

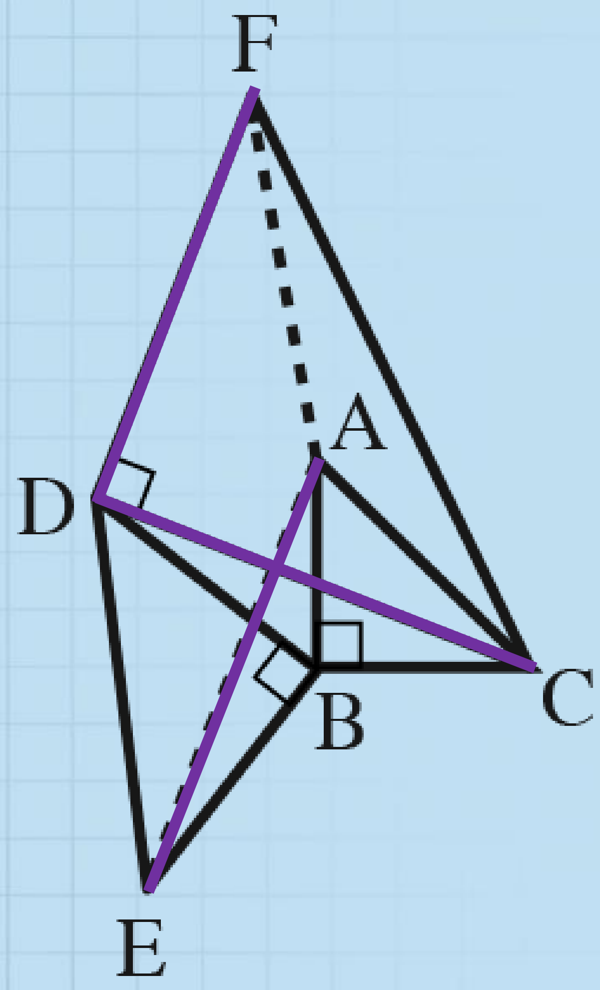
$\angle ABC + \angle DBA = \angle DBE + \angle DBA$ הוספת גודל לשוויון

3) $\angle ABE = \angle CBD$ כלל מעבר

$\Delta EBA \cong DBC$ עפ"י מ.חפיפה I צ.ז.צ

א. הוכח: $AE = DF$.

(**הדרכה:** חפוף תחילה את המשולשים ABE ו-CBD).



פתרון

$\Delta EBA \cong DBC$ עפ״י מ.חפיפה I צ.ז.צ

$AE = DC$ צלעות מתאימות במשולשים חופפים

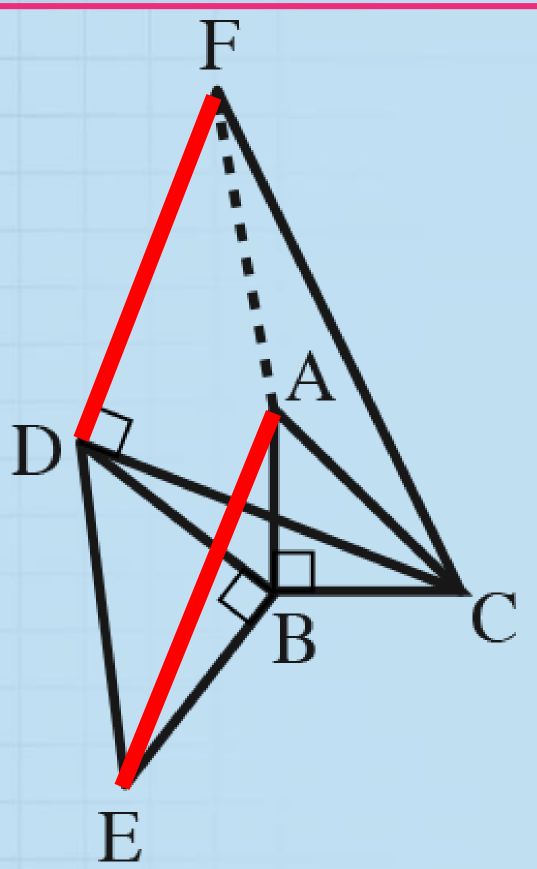
אבל: $DF = DC$ צלעות שוות משולש שווה שוקיים

$DF = AE$ כלל מעבר

מ.ש.ל. א׳

ב. הוכח: המרובע AEDF הוא מקבילית.
(הדרכה: הוכח ש-AE ו-DF מקבילים זה לזה).

פתרון



6) ★ המשולשים ABC, BDE ו-CDF הם ישרי זווית ושווי שוקיים.

א. הוכח: AE = DF.

(הדרכה: חפוף תחילה את המשולשים ABE ו-CBD).

ב. הוכח: המרובע AEDF הוא מקבילית.

(הדרכה: הוכח ש-AE ו-DF מקבילים זה לזה).

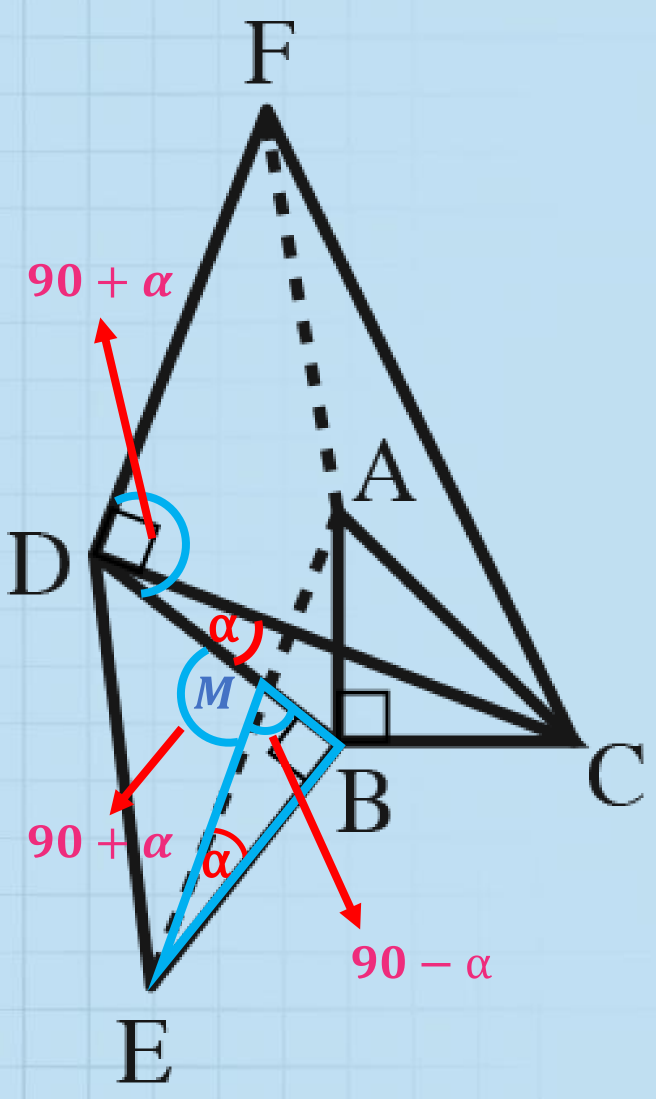
<u>**ניתוח סעיף ב':**</u>

הוכחנו ש- $AE = DF$. אם נוכיח כי הם גם מקבילים, אז נקבל מקבילית עפ"י מרובע שבו זוג אחד של צלעות נגדיות מקביל ושווה.

ב. הוכח: המרובע AEDF הוא מקבילית.

(הדרכה: הוכח ש-AE ו-DF מקבילים זה לזה).

פתרון



$\Delta EBA \cong DBC$ הוכח בסעיף א'

$\sphericalangle CDB = \sphericalangle AEB = \alpha$

נסמן ΔEBM

$\sphericalangle EMB = 180 - \sphericalangle B - \sphericalangle MEB = 90 - \alpha$

סכום זוויות במשולש

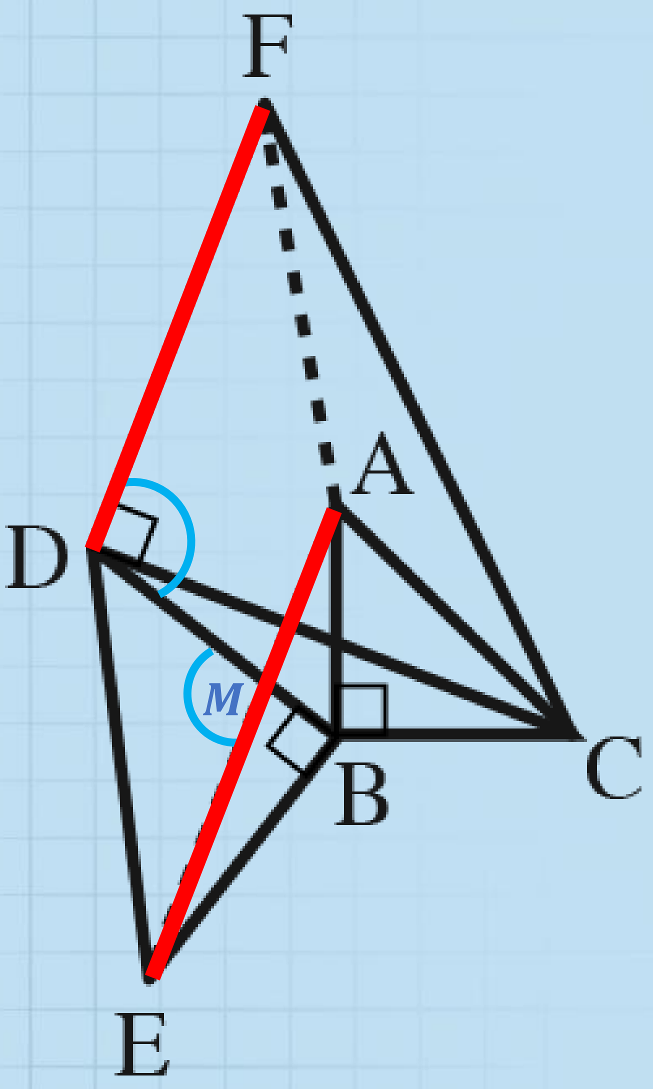
$\sphericalangle DME = 180 - \sphericalangle EMB = 90 + \alpha$ משלימה לצמודה

$\sphericalangle FDB = \sphericalangle D + \sphericalangle CDB = 90 + \alpha$ חיבור זוויות

$\sphericalangle FDB = \sphericalangle DME$ כלל מעבר, וגם מתחלפות

ב. הוכח: המרובע AEDF הוא מקבילית.

(הדרכה: הוכח ש-AE ו-DF מקבילים זה לזה).



פתרון

$\sphericalangle DME = \sphericalangle FDB$ כלל מעבר, וגם מתחלפות

$DF \parallel EA$

אם בין שני ישרים הנחתכים ע"י ישר שלישי נוצרות זוויות

מתחלפות שוות, אז הישרים מקבילים

$AE = DF$ הוכח בסעיף א'

$DFAE$ מקבילית

אם במרובע זוג צלעות נגדיות מקביל ושווה, אזי המרובע מקבילית

מ.ש.ל ב'

בהצלחה