# הקנייה

## סימטריות ביחס לנק' ולישר, פונ' אי-זוגית וזוגית

### מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

**481–581 , עמ' 643–644**

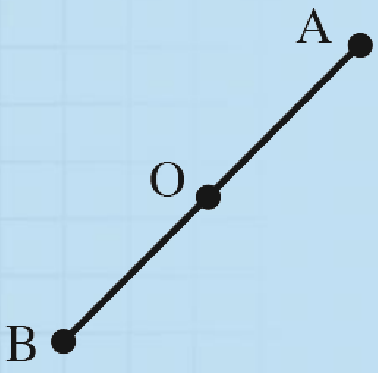
המצגת נערכה ע"י טל מדר
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

# הקנייה

## סימטריות ביחס לנקודה

קיימות פונקציות בעלות תכונות מיוחדות המאפשרות לשרטט את הגרף שלהן ביותר קלות. לפני שנדון בהן נסביר תחילה מהי **סימטריות ביחס לנקודה**.

שתי נקודות A ו-B נקראות **סימטריות ביחס לנקודה** O אם הנקודה O היא **אמצע** הקטע AB.

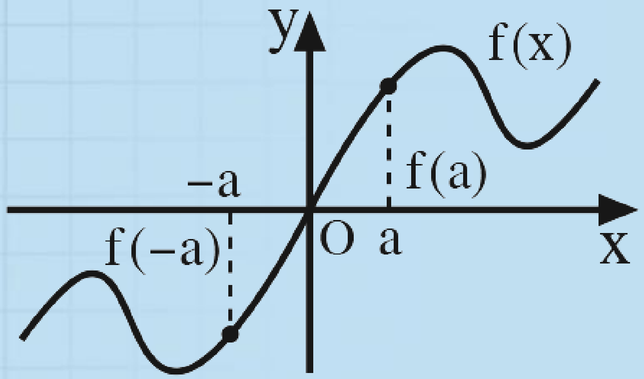



**צורה** נקראת **סימטרית** לגבי נקודה O אם היא בעלת התכונה הבאה:

**לכל נקודה הנמצאת עליה גם הנקודה הסימטרית לה ביחס ל-O נמצאת עליה.**

# הקנייה

## פונקציה אי זוגית



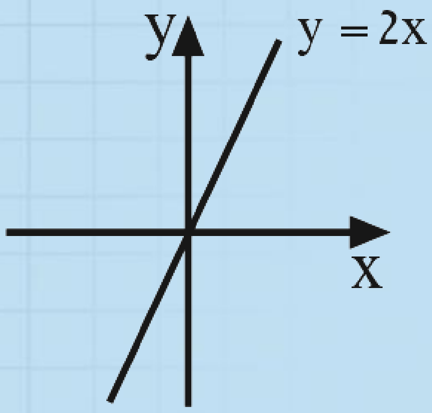

נסתכל עכשיו בתיאור הגרפי של הפונקציה שבציור.
קל לראות **שגרף הפונקציה סימטרי ביחס לראשית הצירים** $O$ (הנקודה $(0,0)$). כלומר, אם הנקודה $(a, f(a))$ נמצאת על הגרף אז גם הנקודה $(-a, f(-a))$, שהיא הנקודה הסימטרית לגביה ביחס לראשית הצירים, נמצאת על הגרף. למעשה מתקיים $f(-a) = -f(a)$.
פונקציה כזאת נקראת **פונקציה אי זוגית**. נעבור להגדרה.

**פונקציה אי זוגית – פונקציה $f(x)$ תיקרא פונקציה אי זוגית אם לכל $x$ בתחום ההגדרה שלה מתקיים:** $\boxed{f(-x) = -f(x)}$.

# הקנייה

**דוגמא א':**

הוכח שהישר $f(x) = 2x$ הוא פונקציה אי זוגית.




**פתרון:**

נראה שלכל $x$ מתקיים $f(-x) = -f(x)$. ואכן

$f(-x) = 2\cdot(-x) = -2x = -f(x)$. אם נסתכל בגרף

של הישר נראה שהוא סימטרי ביחס לראשית הצירים.

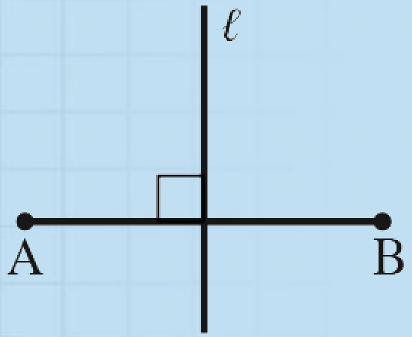
**הערה:** אם פונקציה אי זוגית חותכת את ציר ה-$y$ אז החיתוך הוא בראשית הצירים.

(ראה תרגיל 36 בעמ' 647).

# הקנייה

## סימטריות ביחס לישר

לפני שנגדיר מהי **פונקציה זוגית** נגדיר תחילה מהי **סימטריות ביחס לישר**.

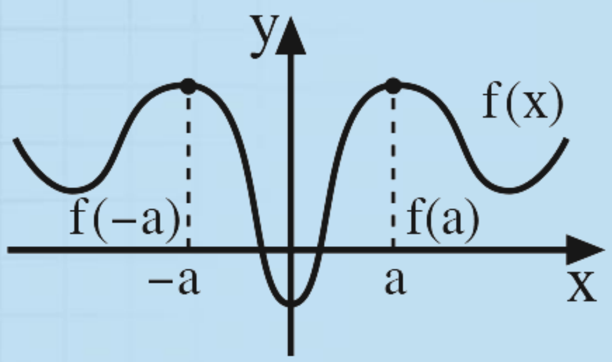



שתי נקודות $A$ ו-$B$ נקראות **סימטריות ביחס לישר** $\ell$ אם הישר הוא **האנך האמצעי** של הקטע המחבר אותן. **צורה** נקראת **סימטרית** ביחס **לישר** $\ell$ אם היא בעלת התכונה הבאה:

**לכל נקודה הנמצאת עליה גם הנקודה הסימטרית ביחס ל-** $\ell$ **נמצאת עליה.**

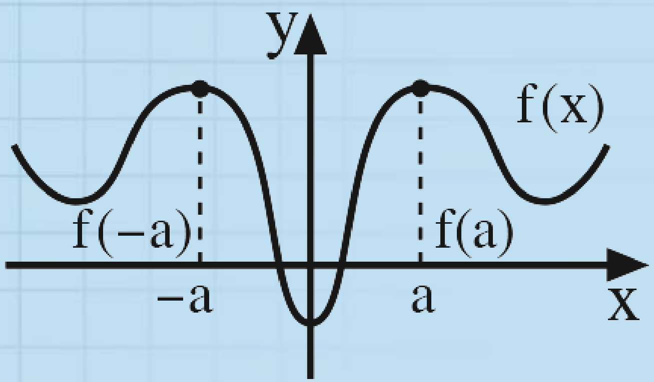
# הקנייה

## פונקציה זוגית




נתבונן עכשיו בתיאור הגרפי של הפונקציה שבציור.
קל לראות שגרף הפונקציה עבור ערכי $x$ הגדולים מ-0
זהה לחלוטין לגרף הפונקציה עבור ערכי $x$ הקטנים מ-0.
במילים אחרות, אם "נקפל" את הציור לאורך ציר ה-$y$
אז גרף הפונקציה עבור $x > 0$ יתלכד עם גרף הפונקציה
עבור $x < 0$. פעולה זאת נקראת **שיקוף** ביחס לציר ה-$y$.
ציר ה-$y$ נקרא **ציר הסימטריה** של גרף הפונקציה. לסיכום: **גרף הפונקציה סימטרי ביחס לציר ה-$y$.**

# הקנייה




הפונקציה שבציור הנ"ל היא בעלת התכונה שכל שתי נקודות $(a, f(a))$ ו-$(-a, f(-a))$ שעל הגרף שלה סימטריות זו לזו ביחס לציר ה-$y$ ולכן $f(-a) = f(a)$. פונקציה כזאת נקראת **פונקציה זוגית**. נעבור להגדרה הכללית.

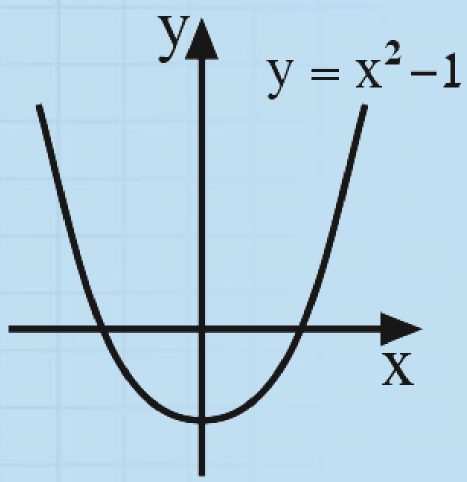
**פונקציה זוגית – פונקציה $f(x)$ תיקרא פונקציה זוגית אם לכל $x$ בתחום ההגדרה שלה מתקיים: $\boxed{f(-x) = f(x)}$ .**

**הערה:** בהתאם להסבר שנתנו לגבי פונקציה זוגית ניתן לומר שלגבי פונקציה אי זוגית קיים **הכלל הבא:** אם נבצע שיקוף של גרף של פונקציה אי זוגית עבור $x > 0$ תחילה ביחס לציר ה-$y$ ואחר כך ביחס לציר ה-$x$ (או להיפך) נקבל את גרף הפונקציה עבור $x < 0$.

# הקנייה

**דוגמא ב':**

הוכח שהפרבולה $f(x) = x^2 - 1$ היא פונקציה זוגית.




**פתרון:**

נראה שמתקיים $f(-x) = f(x)$ לכל $x$. ואכן

$f(-x) = (-x)^2 - 1 = x^2 - 1 = f(x)$. אם נסתכל בגרף

הפרבולה נראה שהוא סימטרי ביחס לציר ה-$y$.

# בהצלחה