הקנייה

נק' חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים, חיוביות ושליליות של פונקציה

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 635–636

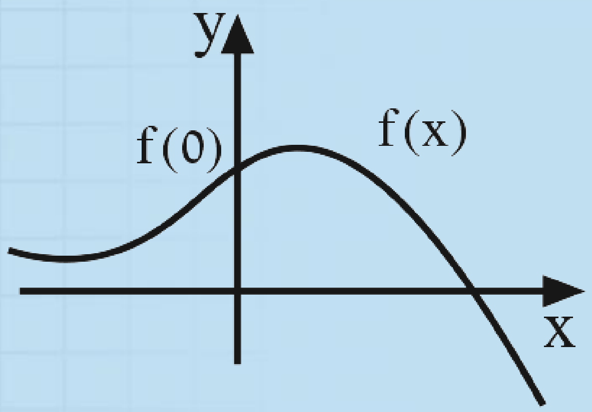
המצגת נערכה ע"י טל מדר

הקנייה

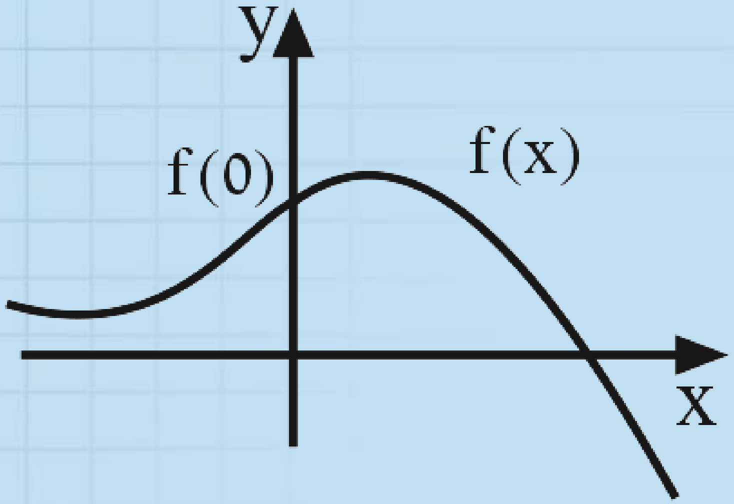
נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים

חיתוך עם ציר ה-y –

כדי למצוא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה
עם ציר ה-y יש **להציב** $\mathbf{x = 0}$ **בפונקציה.**
הסיבה היא ששיעור ה-x של כל נקודה שעל
ציר ה-y הוא 0. כלומר הפונקציה $f(x)$ חותכת
את ציר ה-y בנקודה $(0, f(0))$.



הקנייה



הערה: גרף של פונקציה חותך את ציר ה-y **לכל היותר בנקודה אחת.** כלומר – **ייתכן** שהגרף **לא** יחתוך את ציר ה-y. מצד שני, הגרף **לא יכול** לחתוך את ציר ה-y **בשתי נקודות** או יותר.

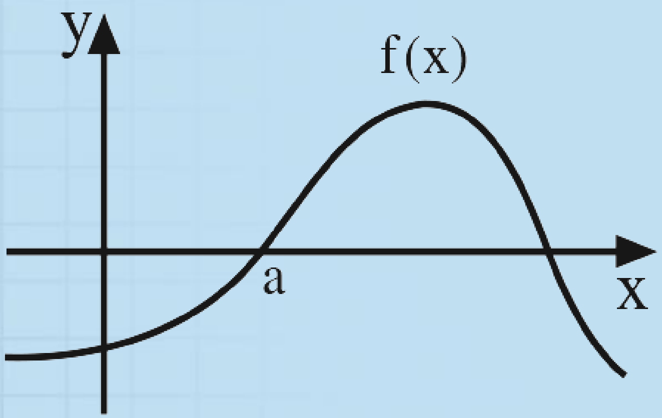
חיתוך עם ציר ה-x –

כדי למצוא את נקודת (או נקודות) החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x צריך **להשוות את הפונקציה לאפס** כי שיעור ה-y של כל נקודה שעל ציר ה-x הוא 0.

הקנייה

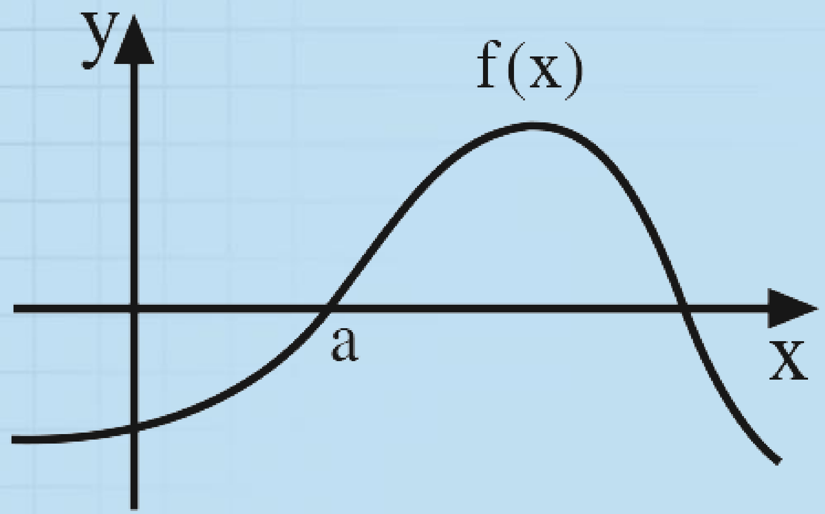
מקובלת ההגדרה הבאה:

נקודת אפס של פונקציה – המספר a נקרא נקודת אפס של פונקציה $f(x)$, או אפס של הפונקציה, אם מתקיים $f(a) = 0$.



לפי ההגדרה, אם a הוא אפס של פונקציה אז הנקודה $(a,0)$ היא **נקודת חיתוך** של גרף הפונקציה **עם ציר ה-x**. כדי למצוא את נקודות האפס של פונקציה $f(x)$ יש למעשה לפתור את **המשוואה** $f(x) = 0$. נקודות האפס הן פתרונות המשוואה הנ״ל או גם **שורשי המשוואה** הנ״ל.

הקנייה



הערה: גרף הפונקציה **יכול לא** לחתוך את ציר ה-x ויכול גם לחתוך אותו **במספר רב** של נקודות ואפילו **באינסוף נקודות**. (ראה עמ' 548).

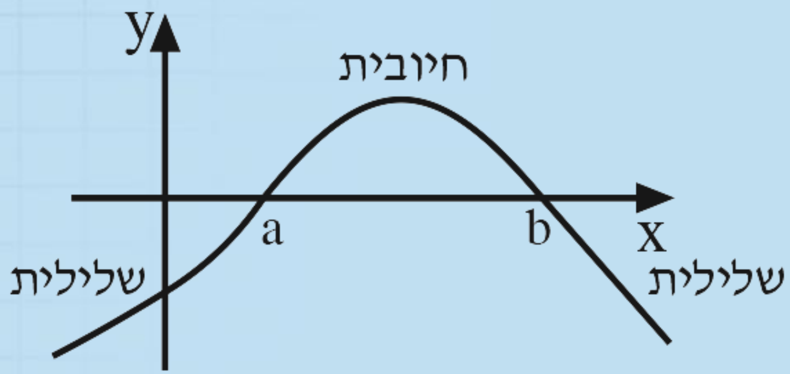
הערה:

בפרק הגיאומטריה האנליטית ראינו בעמ' 46 דוגמא למציאת נקודות החיתוך של פונקציית הישר עם הצירים ובעמ' 64 ראינו דוגמא למציאת נקודות החיתוך של פונקציית הפרבולה עם הצירים.

הקנייה

חיוביות ושליליות של פונקציה

נסתכל בגרף הפונקציה שבציור. ישנם תחומים שבהם הגרף נמצא **מעל** ציר ה-x ואז הפונקציה היא **חיובית** וישנם תחומים שבהם הגרף נמצא **מתחת** לציר ה-x ואז הפונקציה היא **שלילית**.



אם נתבונן בגרף נראה שכאשר $a < x < b$ הפונקציה היא חיובית וכאשר $x < a$ או $x > b$ הפונקציה היא שלילית.

הערה:

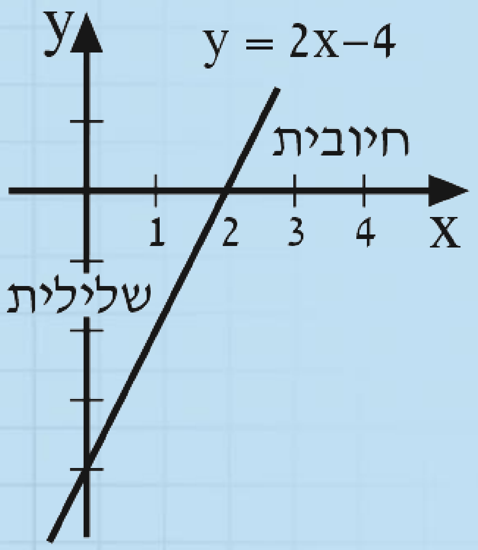
לפני שנביא דוגמאות למציאת תחומי חיוביות ושליליות של ישר ופרבולה, נדגיש שלמעשה כבר עשינו זאת כאשר למדנו על אי שוויונים. (ראה החל מעמ׳ 117 והחל מעמ׳ 126).

הקנייה

דוגמא א':

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x-4$. מצא את התחום בו היא חיובית ואת התחום בו היא שלילית.

פתרון:



קל לראות שהישר $y = 2x-4$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(2,0)$. לכן, כפי שרואים בציור, הפונקציה חיובית עבור $x > 2$ ושלילית עבור $x < 2$.

ניתן לפתור בעיה זו גם **בצורה אלגברית**.

כדי למצוא את התחום בו הפונקציה חיובית יש לפתור את אי השוויון $2x-4 > 0$. ע"י העברת אגפים נקבל $2x > 4$ ולכן $x > 2$.

הקנייה

דוגמא א':

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x-4$. מצא את התחום בו היא חיובית ואת התחום בו היא שלילית.

דרך נוספת – אם ישר חותך את ציר ה-x אז נקודת החיתוך מחלקת את הישר לשני חלקים שבאחד מהם הוא חיובי ובשני שלילי. לכן נמצא תחילה את שיעור ה-x של נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x, כלומר נפתור את המשוואה $2x-4 = 0$, ונקבל $x = 2$. נציב עכשיו בפונקציה מספר הקטן מ-2, למשל $x = 1$, ונקבל $f(1) = 2\cdot1-4 = -2$, כלומר $f(1) < 0$. לכן עבור $x < 2$ הפונקציה שלילית ועבור $x > 2$ הפונקציה חיובית.

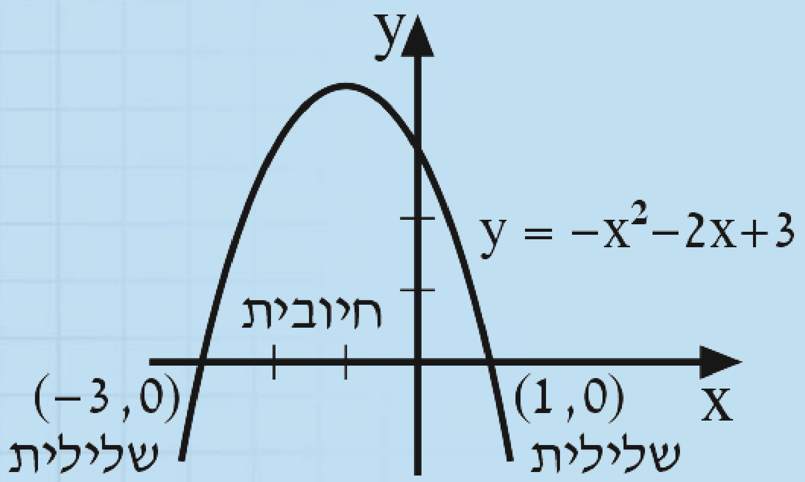
הקנייה

דוגמא ב':

נתונה הפרבולה $y = -x^2-2x+3$. מצא את התחום שבו היא חיובית ואת התחום שבו היא שלילית.

פתרון:

ע"י פתרון המשוואה $-x^2-2x+3 = 0$ נקבל שגרף הפרבולה הנ"ל חותך את ציר ה-x בנקודות $(1,0)$ ו-$(-3,0)$. לכן ע"י התבוננות בגרף נקבל שהפונקציה חיובית עבור $-3 < x < 1$ ושלילית עבור $x < -3$ או $x > 1$.



הקנייה

דוגמא ב':

נתונה הפרבולה $y = -x^2-2x+3$. מצא את התחום שבו היא חיובית ואת התחום שבו היא שלילית.

דרך נוספת – אם לפרבולה שתי נקודות חיתוך עם ציר ה-x אז הן מחלקות אותה לשלושה חלקים שבהם היא חיובית או שלילית. לכן נמצא תחילה את שיעורי ה-x של נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x. נפתור את המשוואה $-x^2-2x+3 = 0$ וכפי שראינו השורשים הם $x_1 = 1$, $x_2 = -3$. נציב עכשיו בפונקציה מספר בין 1 ל-3-, למשל $x = 0$, ונקבל $f(0) = -0^2-2\cdot0+3 = 3$ ז"א $f(0) > 0$ לכן הפונקציה חיובית עבור $-3 < x < 1$ ושלילית עבור $x < -3$ או $x > 1$.

בהצלחה