הקנייה

מושגים: הגדרת פונ', תחום הגדרה, גרף של פונקציה

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 624–622

הקנייה

הגדרת הפונקציה

בסעיף זה נדון בהגדרת הפונקציה ובגרף שלה. נסתפק בהגדרה הבאה לפונקציה:

הגדרת הפונקציה – נתונות שתי קבוצות של משתנים x ו-y. משתנה y הוא פונקציה של משתנה x אם קיים כלל המתאים לכל x ערך יחיד של y.

הסימון המקובל לפונקציה הוא: $y = f(x)$.

הקנייה

לדוגמא: הפונקציה $f(x) = x+2$ או $y = x+2$ מתאימה לכל מספר x את המספר y הגדול ממנו ב-2.

הסימון $f(x)$ מדגיש **שהמשתנה של הפונקציה הוא** x.
הסימון $f(a)$ מסמן את **ערך הפונקציה** עבור המספר המסויים a, ז"א ערך הפונקציה כאשר $x = a$. **למשל** אם הפונקציה היא $f(x) = 2x+1$ אז $f(1) = 2\cdot1+1 = 3$, באופן דומה $f(2) = 2\cdot2+1 = 5$ וכו'. בצורה דומה $f(a) = 2a+1$.

הערה: עפ"י הגדרת הפונקציה **לא ייתכן** שלערך מסויים של x יהיה מותאם **יותר מערך אחד** של y.

הקנייה

ייתכן שפונקציה לא תהיה מוגדרת לכל המספרים. נביא אם כן את ההגדרה הבאה:

תחום ההגדרה של פונקציה – כל המספרים שהמשתנה x יכול לקבל ושלפונקציה $f(x)$ יש משמעות עבורם, כלומר ערכי הפונקציה $f(x)$ הם מספרים, נקראים תחום ההגדרה (או תחום ההצבה) של הפונקציה.

הקנייה

לדוגמא – הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x-2}$ לא מוגדרת עבור $x = 2$. הצבה של $x = 2$ בפונקציה נותנת $\frac{1}{0}$ שזהו ביטוי **חסר משמעות** במתמטיקה. תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x \neq 2$.

בשלב ראשון נדון בפונקציות שמוגדרות **לכל המספרים**. כלומר לכל מספר x ניתן לחשב עפ"י הפונקציה את המספר y המתאים לו. במקרה כזה אומרים גם ש**תחום ההגדרה של הפונקציה הוא: כל** x.

הקנייה

גרף של פונקציה

נזכיר עכשיו מהו התיאור הגרפי של פונקציה. את הגרף משרטטים על **מערכת צירים**.

מגדירים:

הגרף של פונקציה $f(x)$ – אוסף כל הנקודות $(x,f(x))$ המתוארות במערכת צירים, כאשר x הוא משתנה המקבל את ערכיו בתחום ההגדרה של הפונקציה נקרא הגרף של הפונקציה $f(x)$.

הערה: בהרבה מקרים מציינים רק את **השיעור הראשון** (שיעור ה-x) של הנקודה.

לדוגמא – אם הפונקציה היא $f(x) = 2x+1$ אז קל לראות שהנקודה $(-2,-3)$ נמצאת על הגרף (כי $f(-2) = -3$). במקום לומר "הנקודה $(-2,-3)$ שעל הגרף" מקובל גם לומר "הנקודה $x = -2$ שעל הגרף".

הקנייה

קריאת נתונים עפ"י גרף של פונקציה

דוגמא א':

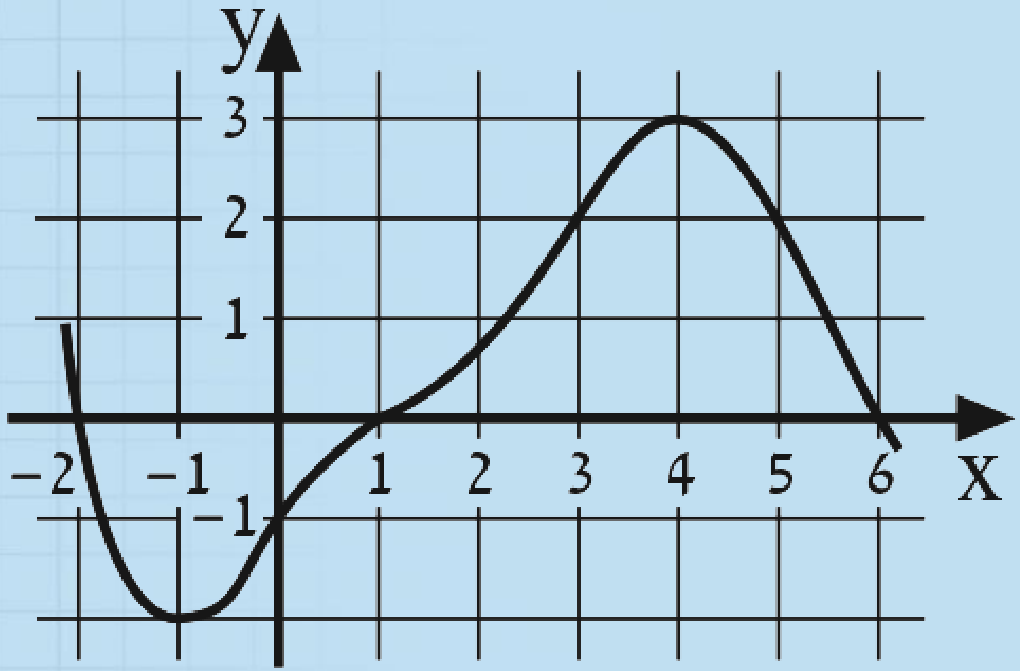
בציור מתואר גרף של פונקציה כלשהי $f(x)$.

א. מצא מתוך הגרף את ערכי הפונקציה הבאים:

$f(3)$, $f(4)$, $f(0)$, $f(-2)$.

ב. מצא בכל מקרה את x אם נתונים ערכי הפונקציה הבאים:

$f(x) = 3$, $f(x) = -2$, $f(x) = 2$, $f(x) = 0$.

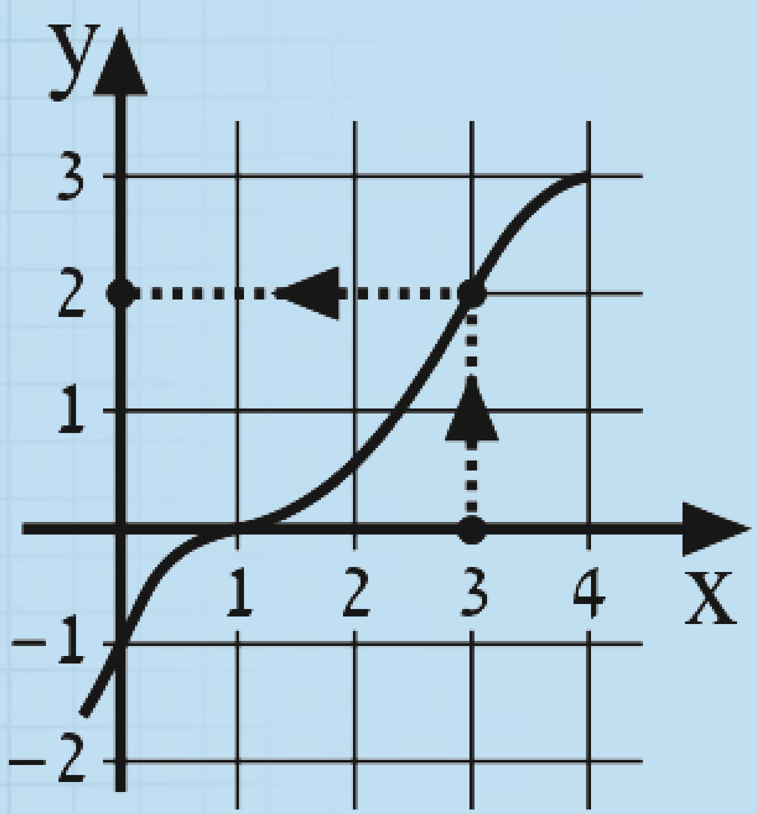


הקנייה

קריאת נתונים עפ"י גרף של פונקציה

א. מצא מתוך הגרף את ערכי הפונקציה הבאים:

$f(3)$, $f(4)$, $f(0)$, $f(-2)$.



פתרון:

א. כדי למצוא את $f(3)$ צריך לדעת את ערך הפונקציה בנקודה שבה $x = 3$. נמצא תחילה את הנקודה $(3,0)$ שעל ציר ה-x, לאחר מכן ננוע על האנך לציר ה-x בנקודה $(3,0)$ עד שנגיע לגרף הפונקציה. מגרף הפונקציה ננוע שמאלה במקביל לציר ה-x עד שנגיע לציר ה-y. הנקודה המתקבלת היא $(0,2)$, לכן $f(3) = 2$.

באופן דומה נקבל (ראה ציור קודם): $f(4) = 3$, $f(0) = -1$, $f(-2) = 0$.

הקנייה

קריאת נתונים עפ"י גרף של פונקציה

ב. מצא בכל מקרה את x אם נתונים ערכי הפונקציה הבאים:

$f(x) = 3$, $f(x) = -2$, $f(x) = 2$, $f(x) = 0$.

ב. על מנת למצוא את x עבורו $f(x) = 3$ נצא מהנקודה $(0,3)$ שעל ציר ה-y, ננוע ימינה במקביל לציר ה-x עד שנגיע לגרף הפונקציה ומשם ננוע במאונך לציר ה-x כלפי מטה. הנקודה שמתקבלת היא $(4,0)$, כלומר x עבורו $f(x) = 3$ הוא 4.

חשוב להדגיש שכאן **ייתכן שיתקבלו שני ערכי x שונים (או יותר)** עבור אותו ערך נתון של הפונקציה. באופן דומה נקבל שאם $f(x) = -2$ אז $x = -1$, אם $f(x) = 2$ אז $x = 3$ או $x = 5$ ואם $f(x) = 0$ אז $x = -2$ או $x = 1$ או $x = 6$.

הקנייה

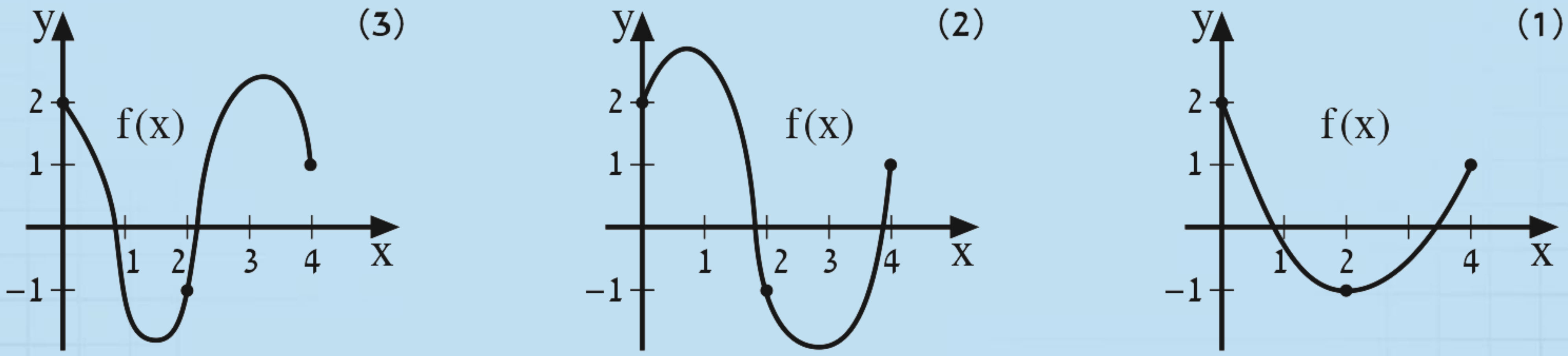
תיאור גרף של פונקציה עפ"י נתונים

דוגמא ב':

שרטט גרף של פונקציה $f(x)$ בתחום $0 \leq x \leq 4$ המקיימת: $f(0) = 2$, $f(2) = -1$ ו-$f(4) = 1$.

פתרון:

יש פונקציות רבות המקיימות את הדרישות הנ"ל. נביא תיאור של שלוש מהן:



הקנייה

הערה:

התיאור הגרפי של כל הפונקציות שנעסוק בהן בשלב ראשון יהיה **קו רציף**. פונקציות כאלה נקראות פונקציות **רציפות**. גם אם לא נדגיש זאת במפורש הכוונה תהיה, בשלב זה, שלגרף הפונקציה אין "קפיצות".

בהצלחה