פתרון תרגיל

משוואות טריגונומטריות המבוססות על הזהויות היסודיות

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 611, ת. 33

המצגת נערכה ע״י שירי דוברין
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע״מ

השאלה

פתור את המשוואות הבאות ומצא את הפתרונות הכלליים:

★ (33

$$\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$$

$$\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0$$

פתרון

נחלק את המשוואה ב- cos^2x

מכיוון ש**בחרנו** לחלק ב- cos^2x עלינו לוודא כי המקרה $cosx = 0$

אינו מהווה פתרון של המשוואה $cosx = 0$

עפ"י פתרונות מיוחדים לפונקציית קוסינוס $x = 90° + 180^0 k$

במקרים אלו, פונקציית הסינוס שווה ל- ±1 ותתקבל המשוואה הבאה:

$$1 - 0 + 0 = 0$$

ולכן $cosx = 0$ **אינו** מהווה פתרון של המשוואה וניתן לחלק בו

$$\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0$$

פתרון

$$sin^2x - 3sinx\ cosx + 2cos^2x = 0 \qquad /\div\ (cos^2x \neq 0)$$

$$\frac{sin^2x}{cos^2x} - \frac{3sinx}{cosx} + 2 = 0$$

$$tg^2x - 3tgx + 2 = 0$$

נסמן $tgx = a$ ונקבל את **המשוואה הריבועית** $a^2 - 3a + 2 = 0$

$$\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$$

פתרון

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

נשתמש בנוסחת השורשים עבור משוואה ריבועית, ונקבל את הפתרונות הבאים:

$$a_2 = 2 \qquad a_1 = 1$$

$$tgx = 2 \qquad tgx = 1$$

נפתור כל אחת מהאפשרויות שהתקבלו בנפרד

$$\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0$$

פתרון

אפשרות (1): $tgx = 1$

באמצעות מחשבון, נביא את המשוואה לתבנית הפתרון:

$$tg\,x = 1 = tg(45°)$$

כלומר, במקרה שלנו, $\alpha = 45°$

$$x = 45° + 180^0 k$$

$$\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$$

פתרון

אפשרות (2): $tgx = 2$

באמצעות מחשבון, נביא את המשוואה לתבנית הפתרון:

$$tg\,x = 2 \quad = tg(63.43°)$$

כלומר, במקרה שלנו, $\alpha = 63.43°$

$$x = 63.43° + 180^0 k$$

$$\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$$

פתרון

לסיכום, למשוואה $sin^2x - 3sinx\ cosx + 2cos^2x = 0$

שני פתרונות כלליים:

$$x_1 = 45° + 180^0 k \qquad x_2 = 63.43° + 180^0 k$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

בהצלחה