פתרון תרגיל

משוואות טריגונומטריות המבוססות על הזהויות היסודיות

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 610, דוגמה ד'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

השאלה

$tg\,x = 4$ עליך לבדוק [illegible] הוא $x = 75.96^\circ + 180^\circ K$.

פתור את המשוואה $\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$.

פתרון

נחלק את המשוואה ב- cos^2x

מכיוון ש**בחרנו** לחלק ב- cos^2x עלינו לוודא כי המקרה $cosx = 0$

אינו מהווה פתרון של המשוואה $cosx = 0$

עפ"י פתרונות מיוחדים לפונקציית קוסינוס $x = 90° + 180^0k$

במקרים אלו, פונקציית הסינוס שווה ל- ± 1 ותתקבל המשוואה הבאה:

$$1 + 0 - 2 \cdot 0^2 = 0$$

ולכן $cosx = 0$ **אינו** מהווה פתרון של המשוואה וניתן לחלק בו

פתור את המשוואה $\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$.

פתרון

$$\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0 \qquad /\div (\cos^2 x \neq 0)$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin x}{\cos x} - 2 = 0$$

$$tg^2 x + tg x - 2 = 0$$

נסמן $tg x = a$ ונקבל את המשוואה הריבועית $a^2 + a - 2 = 0$

פתור את המשוואה $\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$.

פתרון

$$a^2+a-2 = 0$$

נשתמש בנוסחת השורשים עבור משוואה ריבועית, ונקבל את הפתרונות הבאים:

$$a_2 = -2 \qquad a_1 = 1$$

$$\operatorname{tg} x = -2 \qquad \operatorname{tg} x = 1$$

נפתור כל אחת מהאפשרויות שהתקבלו בנפרד

פתור את המשוואה $\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$.

פתרון

אפשרות (1): $tgx = 1$

באמצעות מחשבון, נביא את המשוואה לתבנית הפתרון:

$$tg\,x = 1 = tg(45°)$$

כלומר, במקרה שלנו, $\alpha = 45°$

$$x = 45° + 180^0 k$$

פתור את המשוואה $\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$.

פתרון

אפשרות (2): $tgx = -2$

באמצעות מחשבון, נביא את המשוואה לתבנית הפתרון:

$$tg\,x = -2 = tg(-63.43°)$$

כלומר, במקרה שלנו, $\alpha = -63.43°$

$$x = -63.43° + 180^0 k$$

פתור את המשוואה $\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$.

פתרון

לסיכום, למשוואה $sin^2x + sinx\ cosx - 2cos^2x = 0$

שני פתרונות כלליים:

$$x_1 = 45° + 180^0 k \qquad x_2 = -63.43° + 180^0 k$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

בהצלחה