פתרון תרגיל

מפגש התיכונים במשולש

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 262, ת. 32

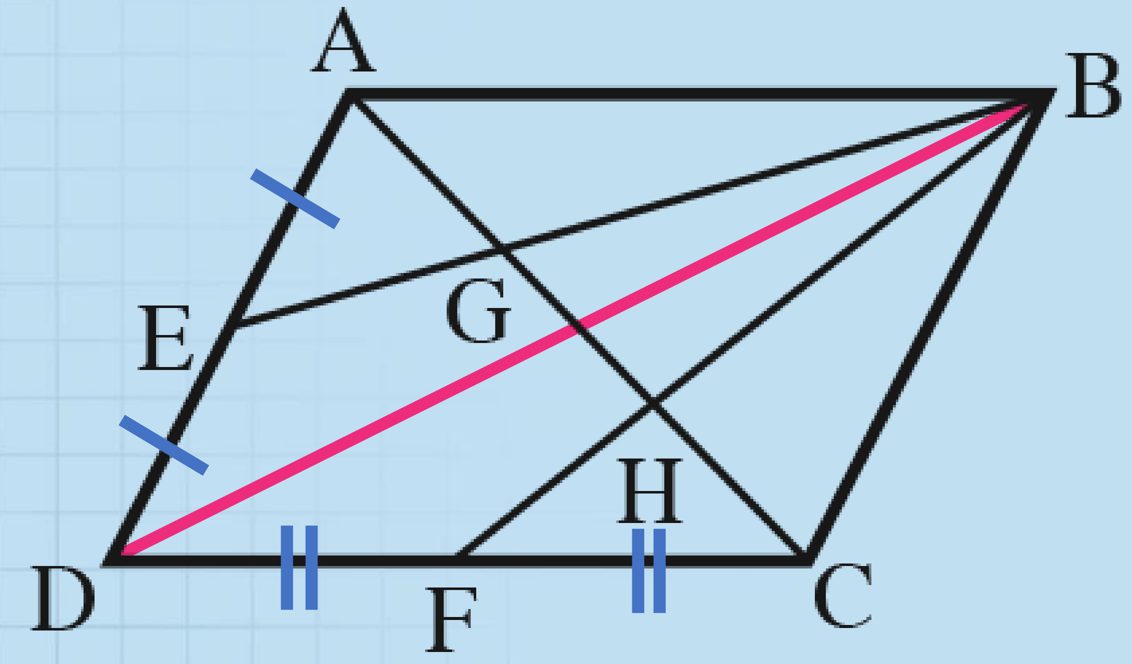
השאלה

32) המרובע ABCD הוא מקבילית. הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי הצלעות AD ו-CD. הקטעים BE ו-BF חותכים את האלכסון AC בנקודות G ו-H בהתאמה.

א. הוכח: $AG = GH = HC$.

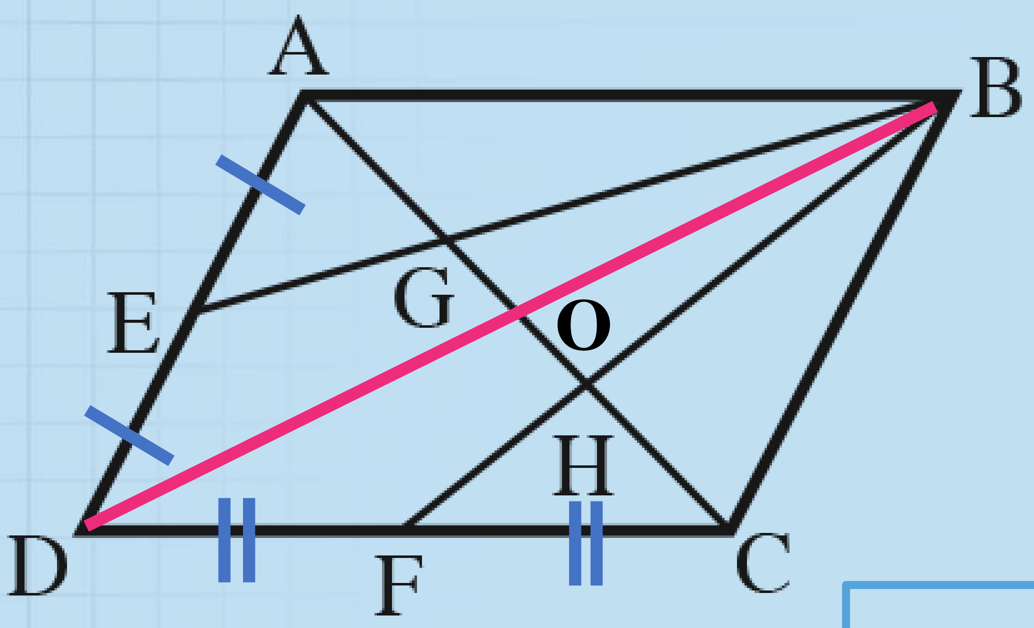
(**הדרכה:** העבר את האלכסון BD והתבונן במשולשים ABD ו-BCD).

ב. חשב את היחס $\frac{GH}{EF}$.



א. הוכח: AG = GH = HC.

פתרון



נתון:

ABCD מקבילית

ED=AE

FC=DF

צ"ל:

AG = GH = HC

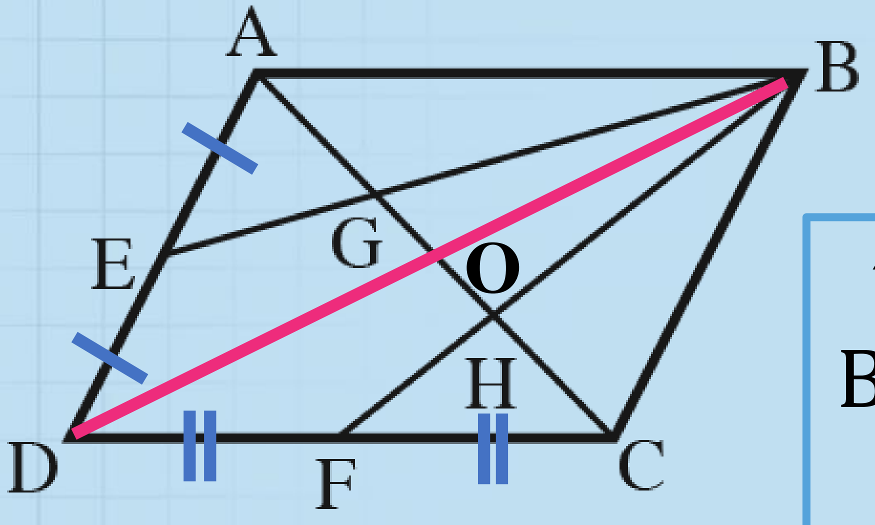
נבנה אלכסון BD

נסמן נקודת חיתוך של

אלכסוני המקבילית - O

א. הוכח: $AG = GH = HC$.

פתרון

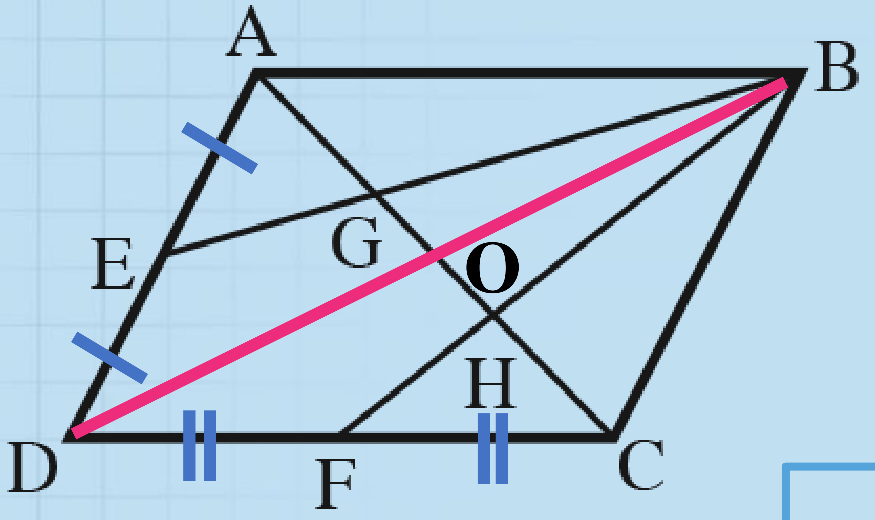


נתון:
ABCD מקבילית
$ED=AE$
$FC=DF$
צ"ל:
$AG = GH = HC$

אלכסוני המקבילית חוצים זה את זה: $AO = OC$ $BO = DO$
H נקודת מפגש תיכונים ב ΔBDC
(O אמצע BD , F אמצע DC)
G נקודת מפגש תיכונים ב ΔBDA
(O אמצע BD , E אמצע AD)

א. הוכח: $AG = GH = HC$.

פתרון



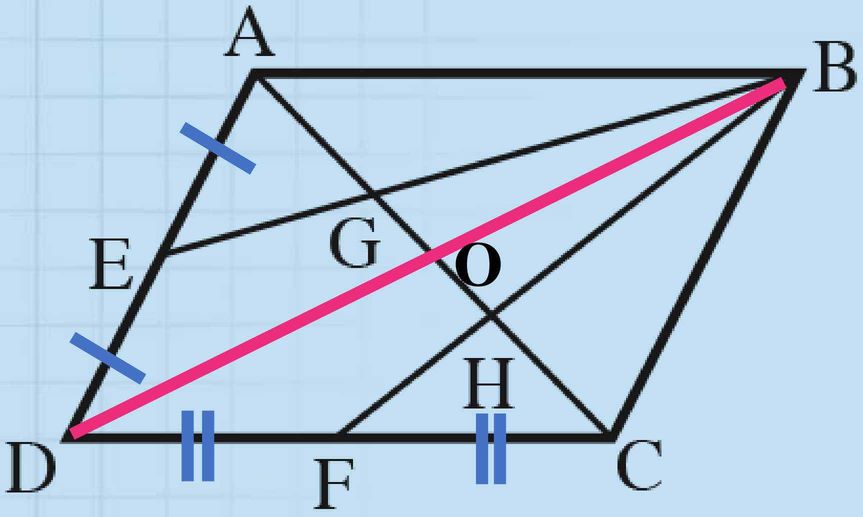
נתון:
ABCD מקבילית
ED=AE
FC=DF
צ"ל:
$AG = GH = HC$

$$GO = \frac{1}{2}AG \qquad OH = \frac{1}{2}HC$$

כל שני תיכונים במשולש
מחלקים זה את זה לשני קטעים
כך שהקטע הקרוב לקדקוד לצלע
הוא שליש מהתיכון.

א. הוכח: $AG = GH = HC$.

פתרון



$AG = GH = HC$

(שלושת הקטעים שווים ל $2x$)

נתון:
ABCD מקבילית
$ED=AE$
$FC=DF$
צ"ל:
$AG = GH = HC$

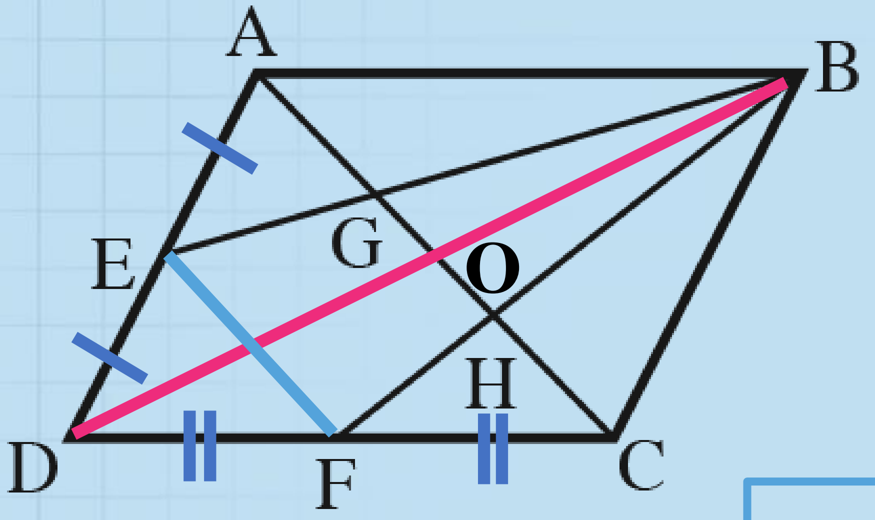
$$GO = \frac{1}{2}AG \quad , OH = \frac{1}{2}HC$$

נסמן: $GO = x$

$$AG = 2GO = 2x$$
$$AO = 3x$$
$$AO = OC = 3x$$
$$OH = x \quad , \quad HC = 2x$$
$$GH=GO+OH=2x$$

ב. חשב את היחס $\frac{GH}{EF}$.

פתרון



נתון:

ABCD מקבילית

$ED=AE$

$FC=DF$

$AG = GH = HC$

צריך לחשב:

$\frac{\mathbf{GH}}{\mathbf{EF}}=?$

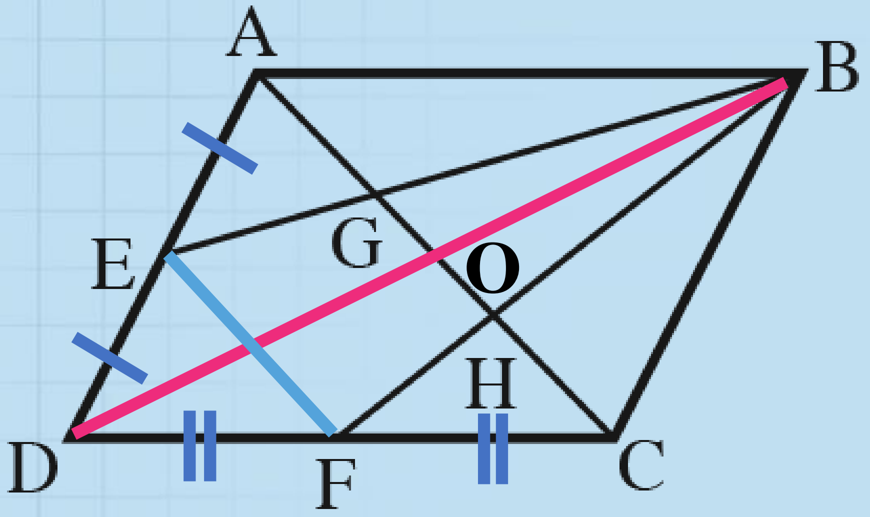
לפי סעיף א: $\mathbf{GH = \frac{1}{3}AC}$

נותר להביע את EF באמצעות AC

ב. חשב את היחס $\frac{GH}{EF}$.

$$GH = \frac{1}{3}AC$$

פתרון



EF קטע אמצעים ב- ΔADC
(קטע המחבר אמצעי שתי צלעות
במשולש הוא קטע אמצעים)

$$EF = \frac{1}{2}AC$$

(קטע אמצעים שווה למחצית הצלע
השלישית)

$$\frac{GH}{EF} = \frac{\frac{1}{3}AC}{\frac{1}{2}AC} = \frac{2}{3}$$

בהצלחה