פתרון תרגיל
טרפז

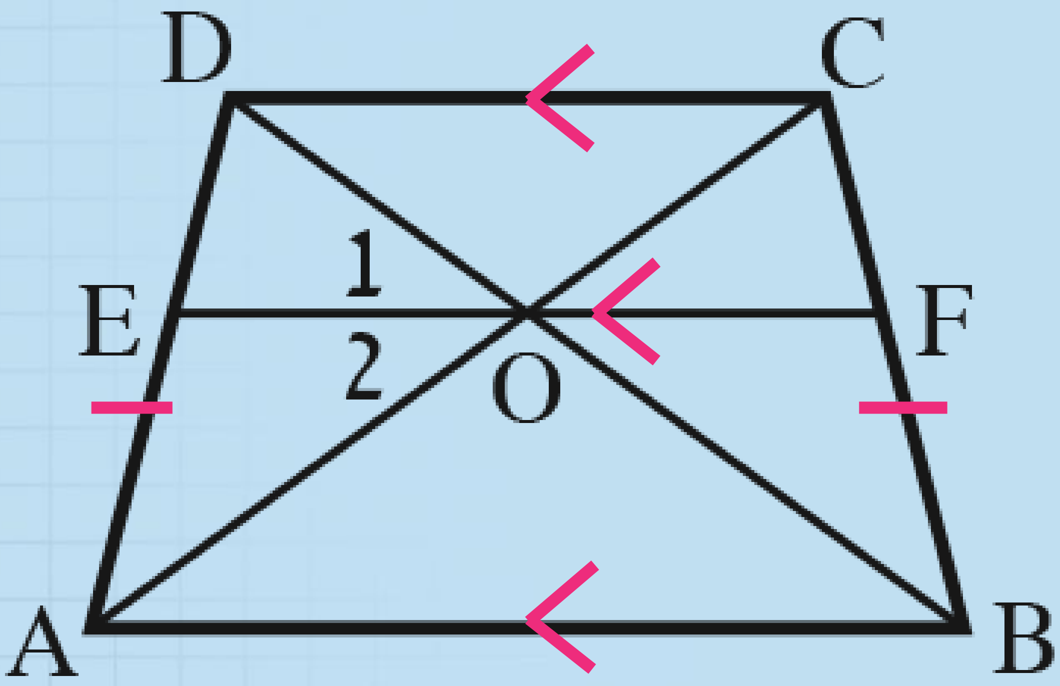
מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 254, ת. 4

המצגת נערכה ע״י רחל מאיר

השאלה

4) המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים (AB || DC)
שאלכסוניו נחתכים בנקודה O. הקטע EF עובר דרך
הנקודה O ומקביל לבסיס AB.
הוכח: א. $\sphericalangle O_1 = \sphericalangle O_2$.
ב. $EO = FO$.



הוכח: א. $\sphericalangle O_1 = \sphericalangle O_2$.

נתון:

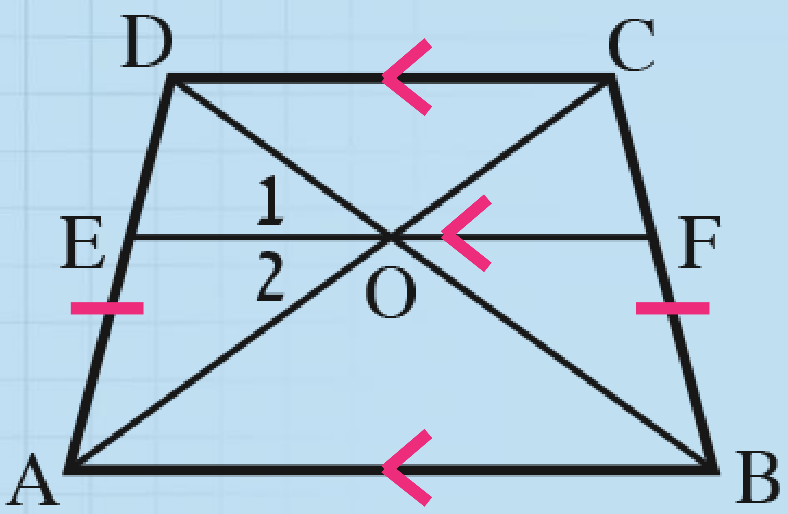
ABCD טרפז שווה שוקיים

$EF \parallel AB \parallel DC$

צ"ל:

$\sphericalangle O_1 = \sphericalangle O_2$

פתרון



נוכיח טענה

מקדימה:

$\sphericalangle OAB = \sphericalangle OBA$

כיצד טענה זו מסייעת

להוכחת סעיף א?

$\sphericalangle OAB = \sphericalangle O_2$

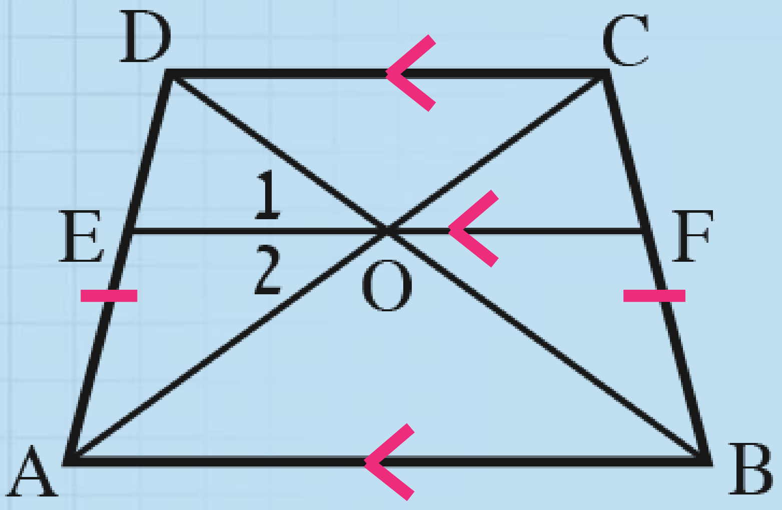
$\sphericalangle OBA = \sphericalangle O_1$

מדוע טענה זו נכונה?

כי המשולשים חופפים

$\Delta CAB \cong \Delta DBA$

הוכח: א. $\sphericalangle O_2 = \sphericalangle O_1$.



$\sphericalangle O_1 = \sphericalangle O_2$

פתרון

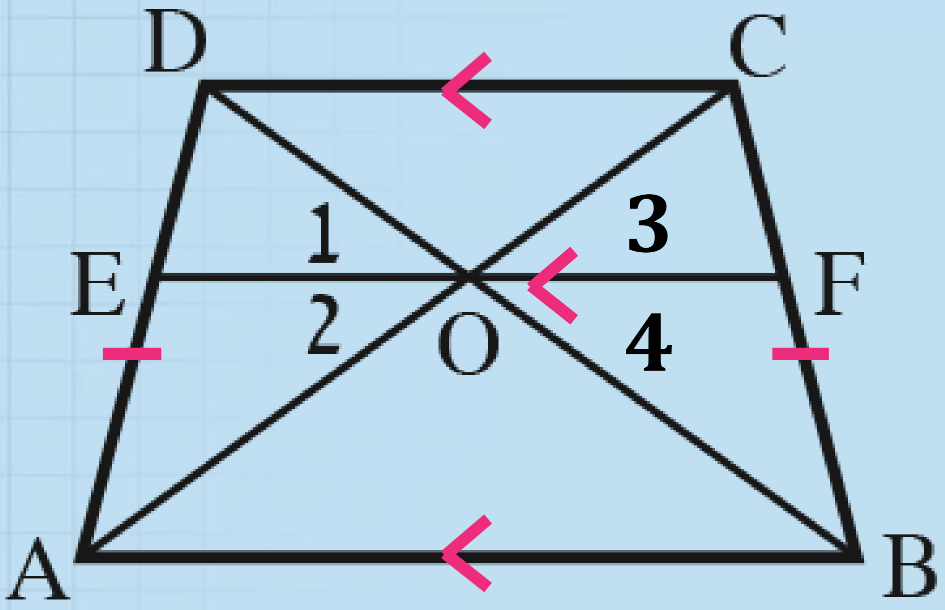
מהחפיפה ידוע ש
$\sphericalangle OAB = \sphericalangle OBA$
כי אלו זוויות מתאימות
במשולשים חופפים

נתון: $EF \parallel AB$
$\sphericalangle OAB = \sphericalangle O_2$
זוויות מתחלפות שוות
$\sphericalangle OBA = \sphericalangle O_1$
זוויות מתאימות שוות

$\Delta CAB \cong \Delta DBA$

הוכחה:
$AB = AB$ צלע משותפת.
$AD = BC$ שוקיים שוות
בטרפז שווה שוקיים
$\sphericalangle CBA = \sphericalangle DAB$ זויות
ליד אותו בסיס בטרפז
שווה שוקיים שוות זו לזו
צ.ז.צ

הוכח: ב. $EO = FO$.



פתרון

הוכחנו:

$\sphericalangle OBA = \sphericalangle O_1 = \sphericalangle OAB = \sphericalangle O_2$

נשים לב שזוויות אלו שוות גם לזוויות

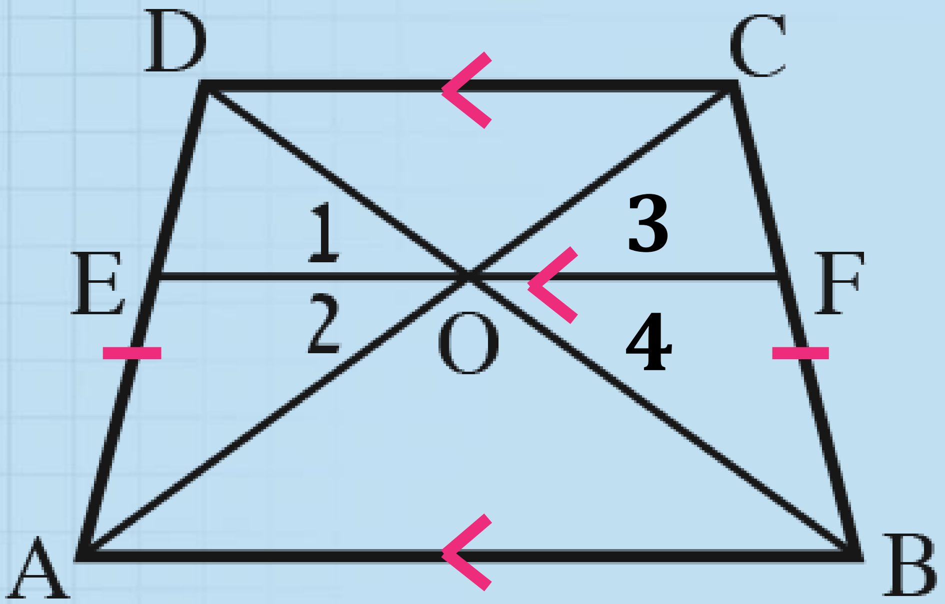
$\sphericalangle O_3 = \sphericalangle O_4$

זוויות קודקודיות שוות זו לזו

לסיכום: $\sphericalangle O_2 = \sphericalangle O_4$

הוכח: ב. $EO = FO$.

פתרון



$\Delta EAO \cong \Delta BFO$

הוכחה:

$AO = OB$ מול זויות שוות במשולש מונחות צלעות שוות (משולש AOB הוא משולש שווה שוקיים)

$\measuredangle O_2 = \measuredangle O_4$

הוכחנו

$\measuredangle DAO = \measuredangle CBO$

מכיוון שהוכחנו

$\measuredangle DAB = \measuredangle CBA$

$\measuredangle OAB = \measuredangle OBA$

ומחיסור הזויות מתקבל השוויון לעיל

ז.צ.ז

מהחפיפה ידוע ש

$EO = FO$

כי אלו צלעות מתאימות במשולשים חופפים

בהצלחה