תרגיל לדוגמה

הזזות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 561–563, דוגמה ד'

המצגת נערכה ע"י רחל מאיר

תרגיל לדוגמה

נתונה הפונקציה $f(x) = tg\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ בתחום $0 < x < \pi$. היעזר בגרף של הפונקציה $y = tg\,x$ בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ובתכונות שלה וחקור את הפונקציה $f(x)$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את תחום הערכים שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל.

ג. מצא את המחזור של הפונקציה $f(x)$ מבלי להתייחס לתחום ההגדרה.

ד. קבע אם הפונקציה $f(x)$ היא אי זוגית, זוגית או לא אי זוגית ולא זוגית מבלי להתייחס לתחום ההגדרה.

ה. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ו. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

ז. מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x)$. (אין צורך למצוא את נקודות הקיצון שבקצה תחום ההגדרה).

ח. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ט. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

י. הסבר באופן כללי כיצד מתקבלת הפונקציה $f(x)$ מהפונקציה y הנ״ל.

תרגיל לדוגמה

מה הקשר בין הפונקציה $f(x) = tg(x - \frac{\pi}{2})$ לפונקציה $y = tgx$?

דוגמא מספרית:

ידוע: $tg\frac{\pi}{4} = 1$

עבור איזה ערך של x נקבל $f(x) = 1$?

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{3}{4}\pi$$

ולכן עבור $x = \frac{3}{4}\pi$ נקבל:

$$f\left(\frac{3}{4}\pi\right) = tg\left(\frac{3}{4}\pi - \frac{\pi}{2}\right) = tg\frac{\pi}{4} = 1$$

ובאופן כללי:

נסמן - $y = tgz$ $\quad f(x) = tg(x - \frac{\pi}{2})$

$$tg(x - \frac{\pi}{2}) = tgz$$

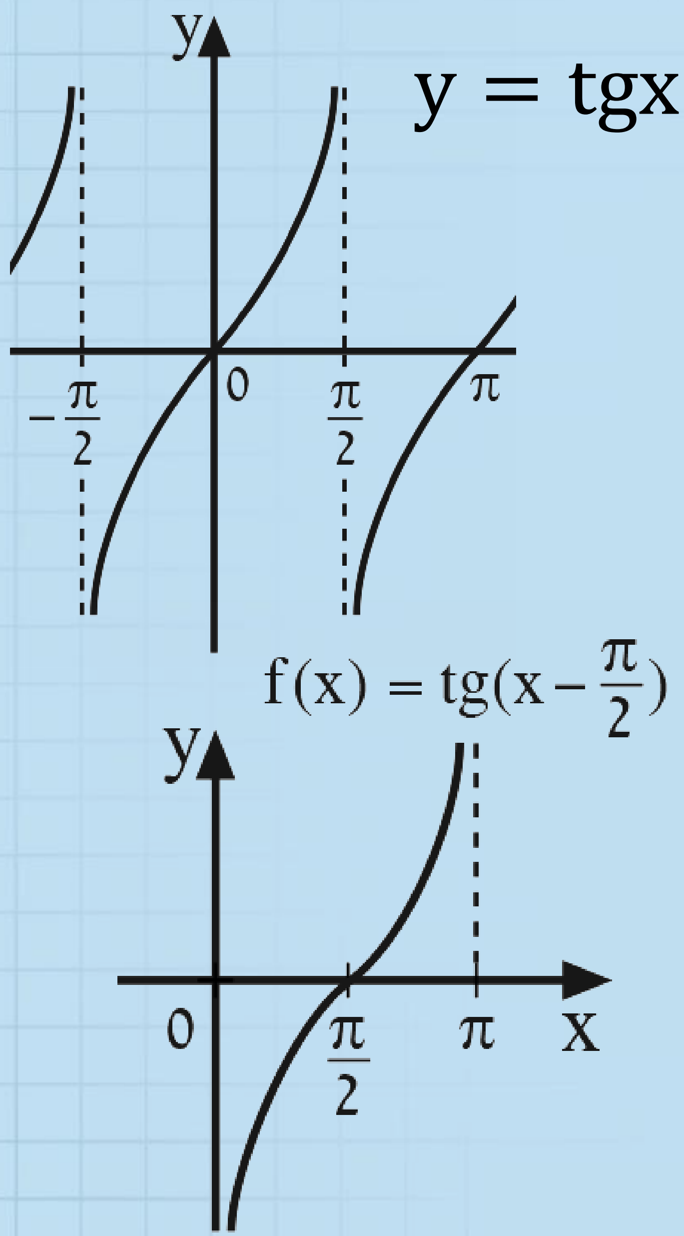
$$x - \frac{\pi}{2} = z$$

$$x = z + \frac{\pi}{2}$$

מסקנה: הפונקציה $f(x) = tg(x - \frac{\pi}{2})$ מתקבלת

מהפונקציה $y = tgx$ ע"י **הוספת** $\frac{\pi}{2}$ לכל אחד מערכי x

תרגיל לדוגמה



ט. **התיאור הגרפי** – בציור משמאל מתואר גרף הפונקציה $f(x) = tg(x-\frac{\pi}{2})$ בתחום $0 < x < \pi$.

י. **באופן כללי** – הפונקציה $f(x) = tg(x-\frac{\pi}{2})$ מתקבלת מהפונקציה $y = tgx$ ע"י **הזזה** שלה ב- $\frac{\pi}{2}$ יחידות (בערך 1.57 יחידות) **ימינה** או **שמאלה**.

(משום שהמחזור הוא π אז הזזה ימינה ב- $\frac{\pi}{2}$ יחידות שקולה להזזה שמאלה ב- $\frac{\pi}{2}$ יחידות).

תרגיל לדוגמה

א. **תחום ההגדרה** – הפונקציה $y = \text{tg}\,x$ מוגדרת עבור x השונה מ-$\frac{3}{2}\pi, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{3}{2}\pi, \ldots$ לכן הפונקציה $f(x) = \text{tg}(x-\frac{\pi}{2})$ מוגדרת עבור x השונה מ-$\ldots, 2\pi, \pi, 0, -\pi, \ldots$ (הוספת $\frac{\pi}{2}$). בדוגמא זו נדון בפונקציה $f(x)$ בתחום $0 < x < \pi$.

ב. **תחום הערכים של הפונקציה** – תחום הערכים שהפונקציה $y = \text{tg}\,x$ יכולה לקבל הוא $-\infty < y < \infty$ וזהו גם תחום הערכים שהפונקציה $f(x) = \text{tg}(x-\frac{\pi}{2})$ יכולה לקבל.

ג. **מחזוריות הפונקציה** – המחזור של הפונקציה $y = \text{tg}\,x$ הוא π וזהו גם המחזור של הפונקציה $f(x) = \text{tg}(x-\frac{\pi}{2})$.

תרגיל לדוגמה

ד. אי זוגיות, זוגיות –

הפונקציה $y = tgx$ היא אי זוגית ולכן גם הפונקציה $f(x) = tg(x - \frac{\pi}{2})$ היא אי זוגית.

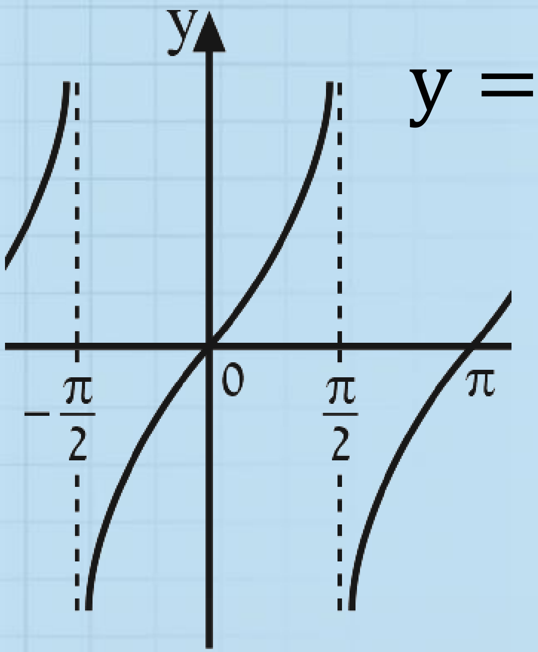
הוכחה:

$$f(-x) = tg\left(-x - \frac{\pi}{2}\right) = tg(-\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -tg\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -tg(x - \frac{\pi}{2}) = -f(x)$$

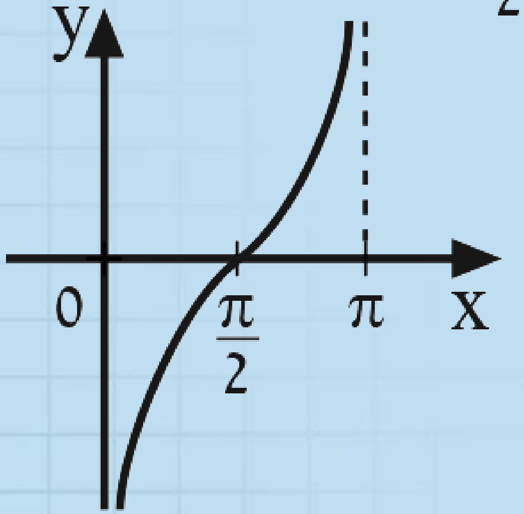
$y = tgx$ פונקציה אי זוגית

$y = tgx$ היא פונקציה
שהמחזור שלה הוא π

$$\mathbf{f(-x) = -f(x)}$$



$y = tgx$



$f(x) = tg(x - \frac{\pi}{2})$

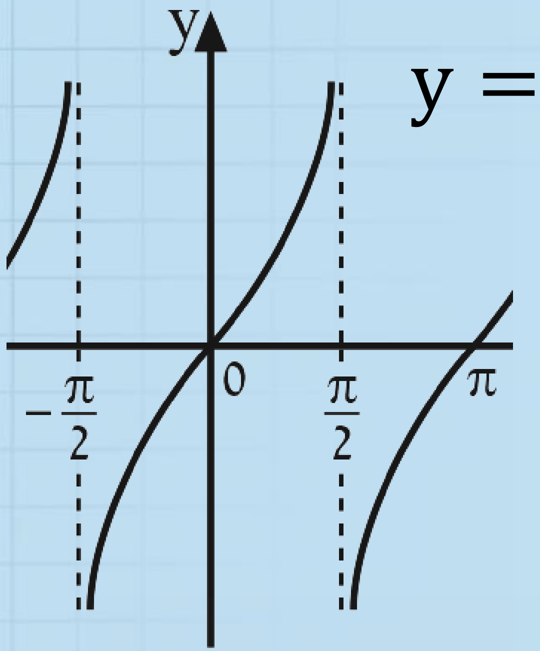
תרגיל לדוגמה

ה. חיתוך עם הצירים + ו. תחומי החיוביות והשליליות

הפונקציה	$y = tgx$	$f(x) = tg(x - \frac{\pi}{2})$
חיתוך עם ציר ה- y	$(0, 0)$	אין - לא מוגדרת
חיתוך עם ציר ה- x	$(0, 0)$	$(\frac{\pi}{2}, 0)$
תחום חיוביות	$0 < x < \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < x < \pi$
תחום שליליות	$-\frac{\pi}{2} < x < 0$	$0 < x < \frac{\pi}{2}$

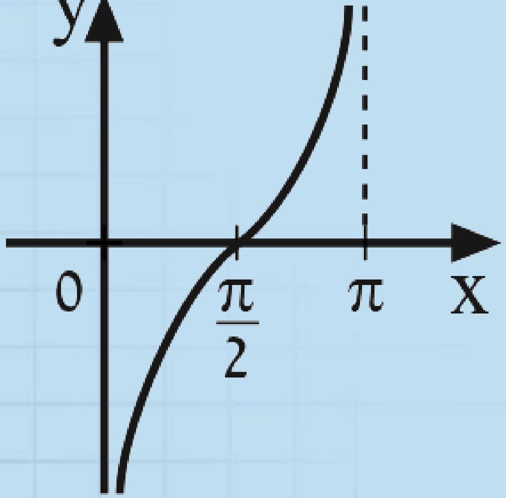
תרגיל לדוגמה

ז. נקודות הקיצון הפנימיות + ח. תחומי העלייה והירידה



$y = tgx$

$f(x) = tg(x - \frac{\pi}{2})$



הפונקציה	$y = tgx$	$f(x) = tg(x - \frac{\pi}{2})$
מקסימום פנימית	אין נקודות קיצון	
מינימום פנימית		
תחומי עלייה וירידה	עולה בכל תחום הגדרתה	

בהצלחה