הקנייה

הרחבת ההגדרות של הפונקציות הטריגונומטריות

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 541 – 542

המצגת נערכה ע״י רחל מאיר

הקנייה

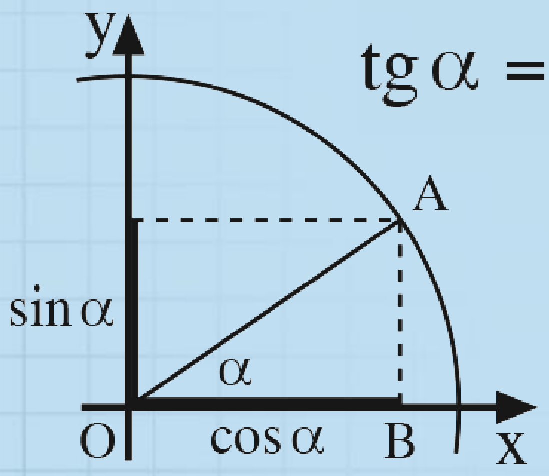
הרחבת ההגדרה של פונקציית הטנגנס

באמצעות הפונקציות $f(\alpha) = \sin\alpha$ ו-$f(\alpha) = \cos\alpha$ ניתן להרחיב את ההגדרה של פונקציית הטנגנס גם לזוויות שאינן זוויות חדות:

הגדרה:

פונקציית הטנגנס – פונקציית המנה שבמונה שלה פונקציית הסינוס ובמכנה פונקציית הקוסינוס נקראת פונקציית הטנגנס ומסומנת $f(\alpha) = tg\alpha$.

בנוסחה: $$\boxed{tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$$



$$tg\,\alpha = \frac{AB}{OB}$$

הקנייה

$f(\alpha) = \text{tg}\,\alpha$ **איננה מוגדרת** כאשר המכנה מתאפס, כלומר כאשר $\cos\alpha = 0$.

זה קורה **לדוגמא** כאשר $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (90^o), אפשרות אחרת היא $\alpha = \frac{3}{2}\pi$ (270^o).

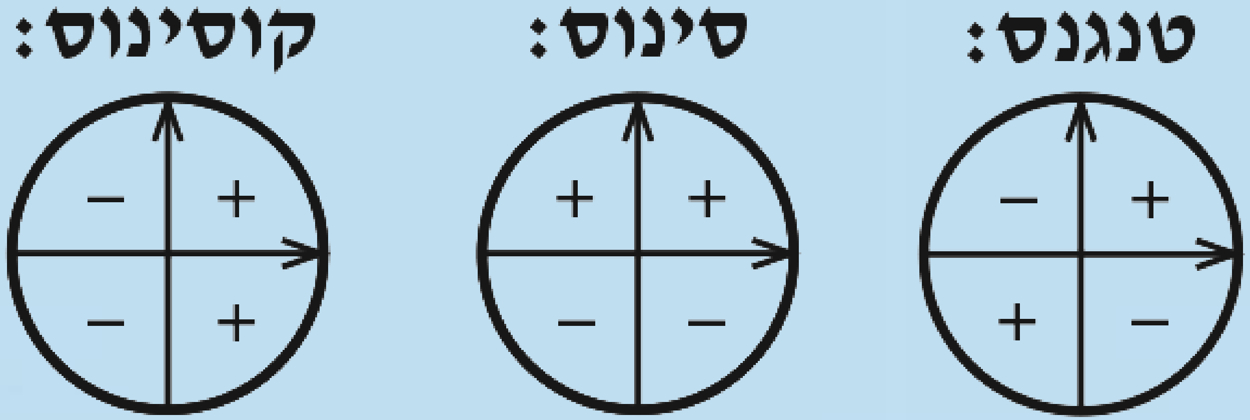
גם את הערכים של פונקציית הטנגנס נמצא בעזרת מחשבון.

דוגמאות: $\text{tg}\,215^o = 0.70$, $\text{tg}\,110^o = -2.75$, $\text{tg}\frac{\pi}{4} = 1$, $\text{tg}\,(-5) = 3.38$.

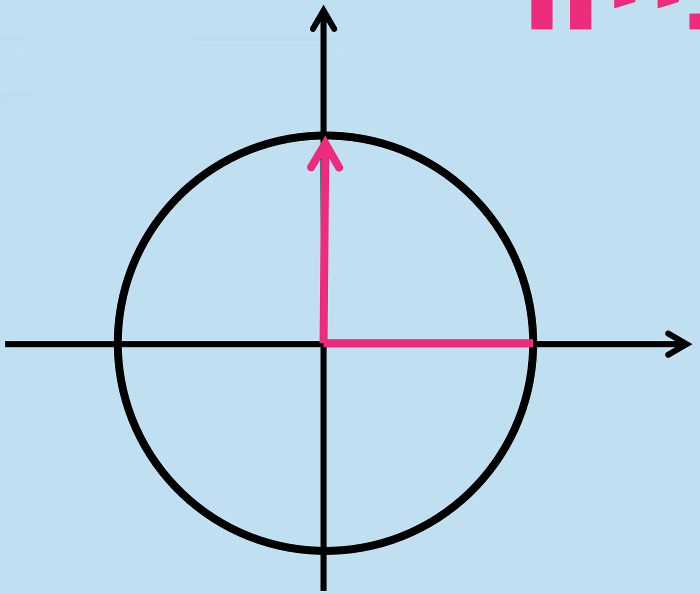
הקנייה

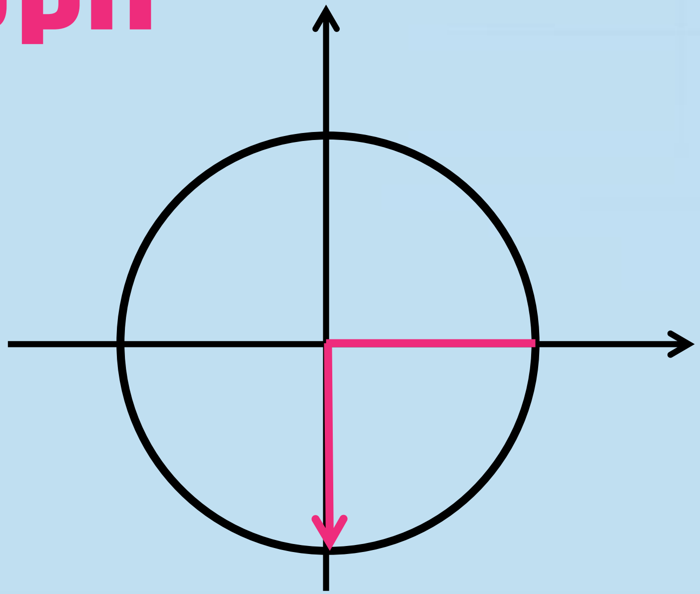
הערות:

א) עפ"י ההגדרה, הטנגנס חיובי ברביעים הראשון והשלישי והוא שלילי ברביעים השני והרביעי.
(ניתן להוכיח זאת עפ"י החיוביות והשליליות של הסינוס והקוסינוס ברביעים השונים).



הקנייה





ב) עפ"י ההגדרה של פונקציית הטנגנס נוכל לסכם:

(1) **תחום ההגדרה** של פונקציית הטנגנס הוא לזויות **השונות** מהזויות:

ברדיאנים ... $\frac{3}{2}\pi$, $\frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $-\frac{3}{2}\pi$ ... (במעלות ... 270°, 90°, -90°, -270° ...).

(2) **תחום הערכים** שפונקציית הטנגנס יכולה לקבל הוא כל המספרים, כלומר:

$-\infty < \mathrm{tg}\alpha < \infty$. הסימון ∞ פירושו אינסוף והסימון $-\infty$ פירושו מינוס אינסוף.

הקנייה

ג) עפ"י ההגדרה של פונקציית הטנגנס, לכל זוית α שעבורה הפונקציה מוגדרת מתקיימים: $\mathbf{tg}\alpha = \mathbf{tg}(\alpha+\pi)$ (במעלות $\mathrm{tg}\,\alpha^{o} = \mathrm{tg}(\alpha^{o}+180^{o})$). כלומר, פונקציית הטנגנס **מחזורית והמחזור שלה הוא** π (180^{o}). (ראה הוכחה בעמ' 584).

בהצלחה