הקנייה

הקשר בין פונקצית הטנגנס לשיפוע הישר

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 578–579

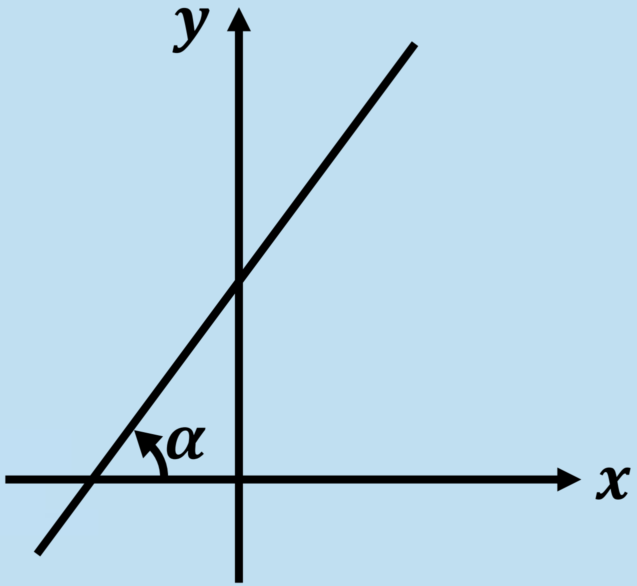
המצגת נערכה ע״י רחל מאיר

הקנייה

הקשר בין פונקציית הטנגנס לשיפוע הישר

טענה:

אם ישר ששיפועו m יוצר זווית α עם הכיוון החיובי של ציר ה-x אז: $\boxed{m = tg\alpha}$



$$y = mx + b$$

הקנייה

צ"ל: $m = tg\alpha$

α - היא הזווית החדה שבין הישר לבין הכיוון החיובי של ציר ה-X.

הוכחה:

נסתכל על ישר $y = mx+b$

$A(x_1,y_1)$ ו-$B(x_2,y_2)$

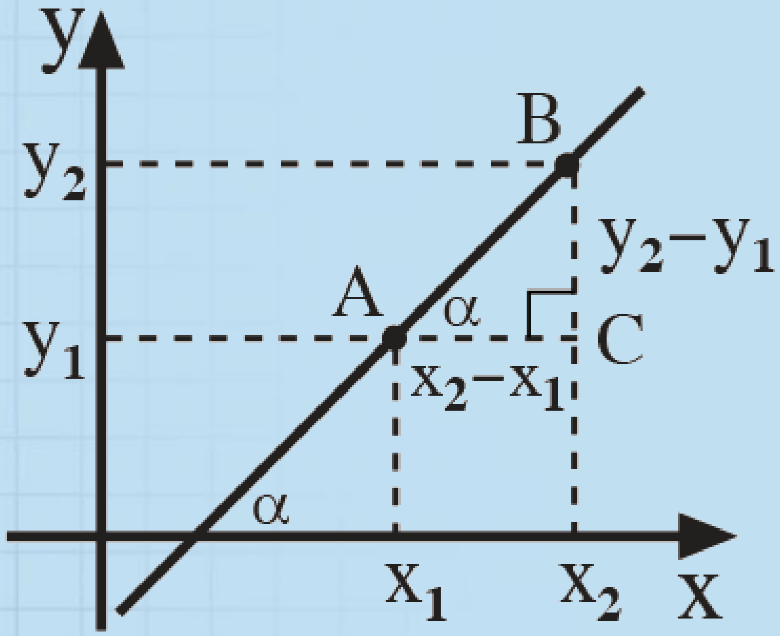
$\sphericalangle BAC = \alpha$ (בגלל דמיון משולשים)

השיפוע m של הישר הוא: $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.

$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{BC}{AC} = tg\alpha$.

כלומר $m = tg\alpha$.

באופן דומה ניתן להוכיח את הטענה כאשר α היא זווית קהה.



הקנייה

מציאת השיפוע m כאשר נתונה הזוית α

כאשר נתונה הזוית אפשר למצוא את השיפוע בעזרת מחשבון.

זוית של 35^{o} עם הכיוון החיובי של ציר ה-x

$$m = tg\,35^{o} = 0.70$$

אם הזוית היא 110^{o}

$$m = tg\,110^{o} = -2.75$$

הקנייה

מציאת השיפוע m כאשר נתונה הזוית α

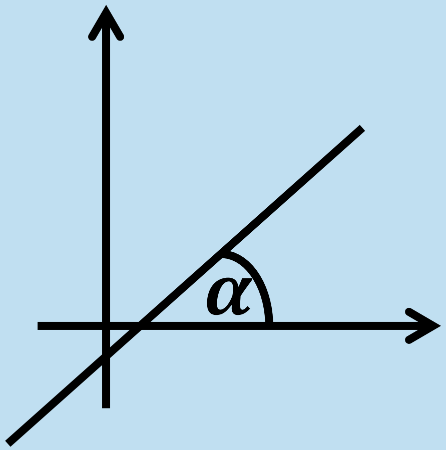
כאשר הזוית α חדה

שיפוע m הוא חיובי

לדוגמא $m = 3$

$\operatorname{tg}\alpha = 3$

$\alpha = 71.57^\circ$



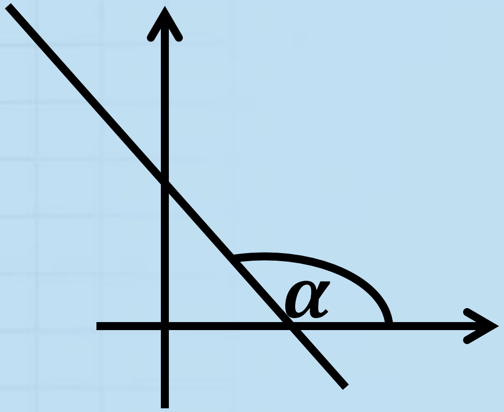
כאשר הזוית α קהה

כאשר m שלילי

$m = -4$

$\operatorname{tg}\alpha = -4$

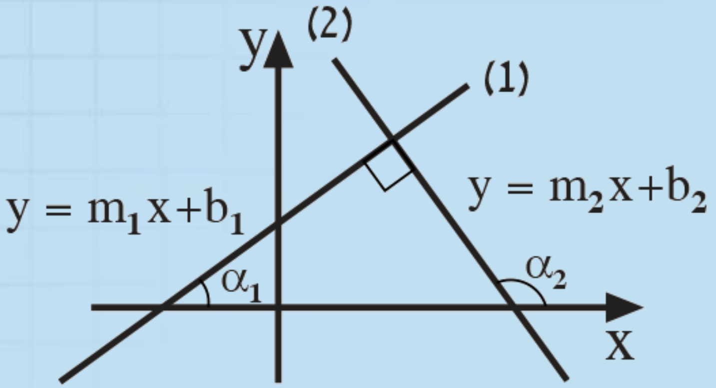
$\alpha = -75.96^\circ$



צריך להוסיף 180°

$-75.96^\circ + 180^\circ = 104.04^\circ$

הקנייה



ב) בעזרת הקשר $m = tg\,\alpha$ שקיבלנו ניתן להוכיח את התנאי לניצבות של שני ישרים.
(ראה עמ' 57). נניח שמשוואות הישרים הן:
(1) $y = m_1x+b_1$, (2) $y = m_2x+b_2$
והזויות שהם יוצרים עם הכיוון החיובי של ציר x הן בהתאמה α_1 ו-α_2. הזוית α_2, כזוית חיצונית למשולש, מקיימת $\alpha_2 = 90^o+\alpha_1$. נסמן $\alpha_1 = \alpha$ ואז $\alpha_2 = 90^o+\alpha$,
נסתמך על הזהויות $tg(90^o-\alpha) = \frac{1}{tg\,\alpha}$ ו-$tg(-\alpha) = -tg\,\alpha$ ונקבל:

$$m_1 \cdot m_2 = tg\,\alpha \cdot tg(90^o+\alpha) = tg\,\alpha \cdot \frac{1}{tg(90^o-90^o-\alpha)} = tg\,\alpha \cdot \frac{1}{tg(-\alpha)} = tg\,\alpha \cdot \frac{1}{-tg\,\alpha} = -1$$

כלומר $m_1 \cdot m_2 = -1$ וזהו התנאי לניצבות של הישרים $y = m_1x+b_1$ ו-$y = m_2x+b_2$.
($m_1 \neq 0$, $m_2 \neq 0$).

שאלה

(הקשר בין פונקציית הטנגנס לשיפוע של ישר)

הנוסחה:	$\boxed{m = tg\alpha}$

מצא את השיפוע של כל אחד מהישרים עפ״י הזוית שהוא יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה-x:

3) 30^{o}

$$m = tg30^{\circ}$$

$$m = 0.58$$

בהצלחה