פתרון מתכונת

סדרה הנדסית

שאלון 581

המצגת נערכה ע״י **תומר פרבר**

השאלה

נתונה סדרה הנדסית $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$ שאיננה עולה, אינה יורדת ואינה קבועה. נתון $a_1 > 0$.

א. קבע איזו מבין שתי הטענות הבאות נכונה ונמק:

(1) $a_{2n+1} > 0$. (2) $a_{2n+1} < 0$.

ב. נתון: $a_{2n+1} + a_{2n+2} < 0$. קבע איזו מבין הטענות הבאות נכונה ונמק:

(1) $0 < |q| < 1$. (2) $|q| > 1$. (3) $-1 < q < 0$. (4) $q > 1$.

ג. (1) נתון: $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = -\frac{1}{64}$. חשב את a_2.

(2) נתון גם: $a_1 + a_2 = -\frac{1}{8}$. מצא את a_1 ו-q.

ד. לקחו חלק מאיברי הסדרה ויצרו סדרה הנדסית חדשה: $a_1, a_4, a_7, \ldots, a_{3k+1}$.

נתון כי סכום הסדרה החדשה הוא $455\frac{1}{8}$. מצא את k.

א. קבע איזו מבין שתי הטענות הבאות נכונה ונמק: (1) $a_{2n+1} > 0$. (2) $a_{2n+1} < 0$.

פתרון

נתונה סדרה הנדסית $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$ שאיננה עולה, אינה יורדת ואינה קבועה. נתון $a_1 > 0$.

ב. נתון: $a_{2n+1} + a_{2n+2} < 0$. קבע איזו מבין הטענות הבאות נכונה ונמק:

(1) $0 < |q| < 1$.   (2) $|q| > 1$.   (3) $-1 < q < 0$.   (4) $q > 1$.

פתרון

הוכח ב-א': $q < 0$

$a_{2n+1} = a_1 \cdot q^{2n} > 0$ לכל n טבעי

ג. (1) נתון: $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = -\frac{1}{64}$. חשב את a_2. (2) נתון גם: $a_1 + a_2 = -\frac{1}{8}$. מצא את a_1 ו-q.

פתרון

הוכח ב-א': $q < 0$

$a_{2n+1} = a_1 \cdot q^{2n} > 0$ לכל n טבעי

הוכח ב-ב': $|q| > 1$

ד. לקחו חלק מאיברי הסדרה ויצרו סדרה הנדסית חדשה: $a_1, a_4, a_7, \dots, a_{3k+1}$.
נתון כי סכום הסדרה החדשה הוא $455\frac{1}{8}$. מצא את k.

פתרון

הוכח ב-א': $q < 0$

$a_{2n+1} = a_1 \cdot q^{2n} > 0$ לכל n טבעי

הוכח ב-ב': $|q| > 1$

$$a_1 = \frac{1}{8}, \qquad q = -2$$

פתרון מתכונת

חשבון דיפרנציאלי

שאלון 581

השאלה

נתון הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2-ax+8}{x^2-ax+9}$ $(a<10)$.

ידוע ששיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x=1$ הוא $-\frac{1}{4}$.

א. מצא את הפרמטר a.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה ואת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(2) הראה כי אין נקודות קיצון לפונקציה ורשום תחומי עלייה וירידה.

(3) מצא אסימפטוטות לגרף הפונקציה

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. נתון: $g(x)=-f(x)+1$ על סמך הסקיצה של $f(x)$ צייר את הסקיצה של $g(x)$, פרט את שיקולייך.

ד. נתון: $h(x)=\sqrt{f(x)}$. האם לפונקציה $h(x)$ יש נקודות קיצון? נמק.

א. מצא את הפרמטר a.

נתון הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2-ax+8}{x^2-ax+9}$ $(a<10)$

פתרון

ידוע ששיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x=1$ הוא $-\frac{1}{4}$.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה ואת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

פתרון

$$f(x) = \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 6x + 9} = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x - 6}{(x-3)^4}$$

(2) הראה כי אין נקודות קיצון לפונקציה ורשום תחומי עלייה וירידה.

$$f(x) = \frac{x^2-6x+8}{x^2-6x+9} = \frac{x^2-6x+8}{(x-3)^2}$$

פתרון

$$f'(x) = \frac{2x-6}{(x-3)^4}$$

תחום ההגדרה $x \neq 3$

$$\left(0,\frac{8}{9}\right), (2,0), (4,0)$$

(3) מצא אסימפטוטות לגרף הפונקציה

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

$$f(x) = \frac{x^2-6x+8}{x^2-6x+9} = \frac{x^2-6x+8}{(x-3)^2}$$

פתרון

$$f'(x) = \frac{2x-6}{(x-3)^4}$$

תחום ההגדרה $x \neq 3$

$$\left(0,\frac{8}{9}\right), (2,0), (4,0)$$

$$\uparrow: x > 3 \quad , \qquad \downarrow: x < 3$$

ג. נתון: $g(x) = -f(x) + 1$

על סמך הסקיצה של $f(x)$ צייר את הסקיצה של $g(x)$, פרט את שיקולייך.

$$f(x) = \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 6x + 9} = \frac{x^2 - 6x + 8}{(x-3)^2}$$

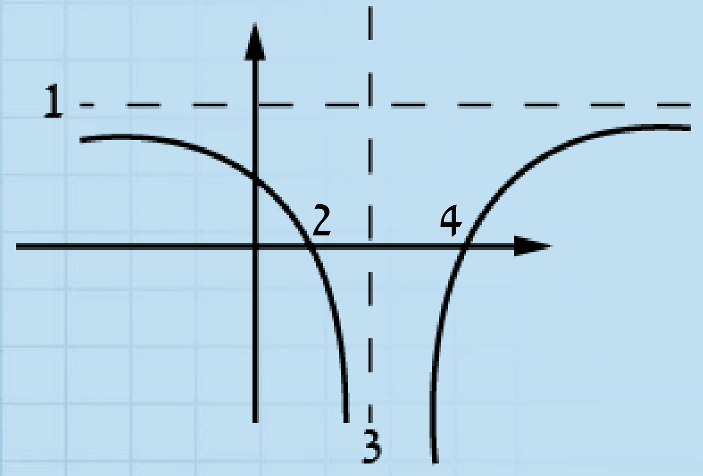
פתרון

$$f'(x) = \frac{2x - 6}{(x-3)^4}$$

תחום ההגדרה $x \neq 3$

$$\left(0, \frac{8}{9}\right), (2,0), (4,0)$$

$\uparrow: x > 3$, $\downarrow: x < 3$



ד. נתון: $h(x)=\sqrt{f(x)}$. האם לפונקציה $h(x)$ יש נקודות קיצון? נמק.

$$f(x)=\frac{x^2-6x+8}{x^2-6x+9}=\frac{x^2-6x+8}{(x-3)^2}$$

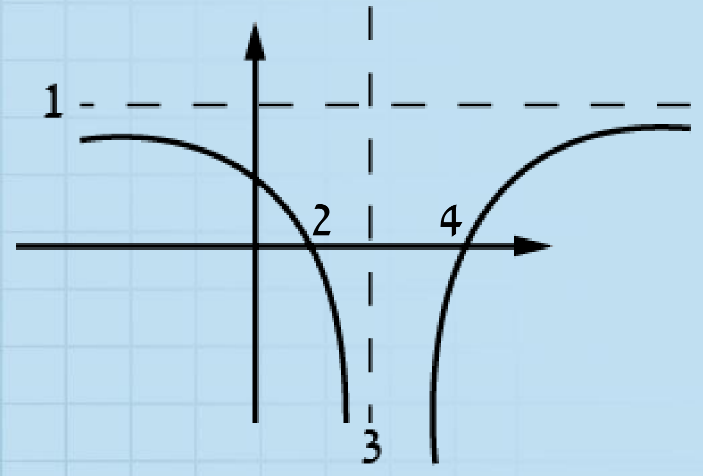
פתרון

$$f'(x)=\frac{2x-6}{(x-3)^4}$$

תחום ההגדרה $x\neq 3$

$$\left(0,\frac{8}{9}\right),(2,0),(4,0)$$

$$\uparrow: x>3 \quad , \qquad \downarrow: x<3$$



בהצלחה רבה לכולם