פתרון תרגיל

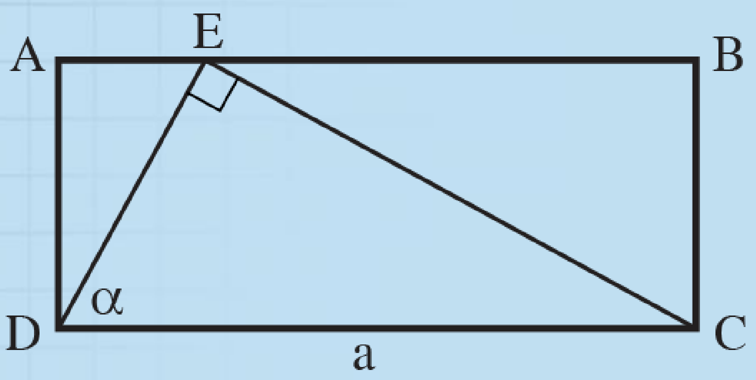
בעיות עם יחסים – מרובעים

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

581–481 , עמ' 454, ת. 8

המצגת נערכה ע"י רחל מאיר

השאלה



8) במלבן $ABCD$ הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש-$CE \perp DE$.

נתון: $\sphericalangle EDC = \alpha$, $DC = a$.

א. הבע באמצעות a ו-α את אורכי הקטעים AE ו-BE.

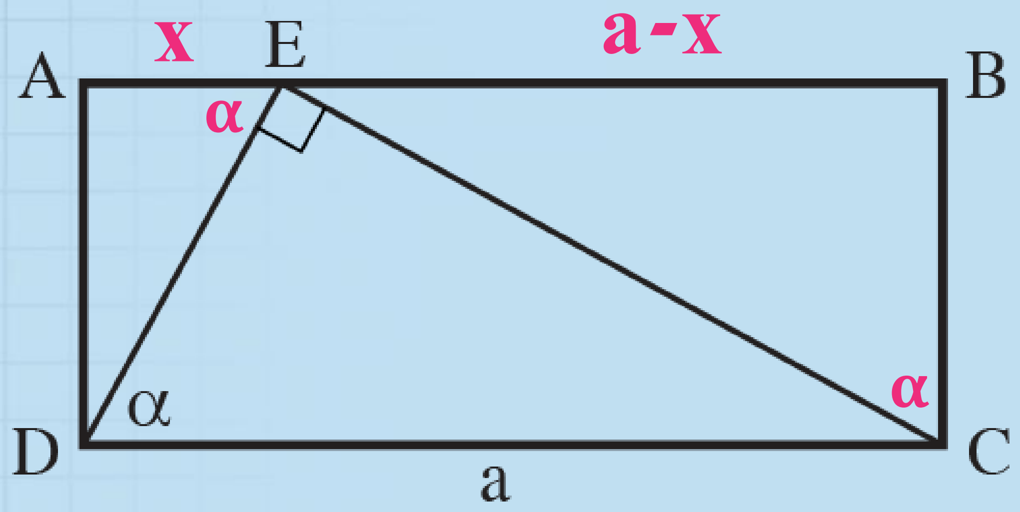
ב. נתון: $\frac{1}{3} = \frac{AE}{BE}$. חשב את α.

(**הדרכה:** הוצא שורש משני האגפים והיעזר בזהות $\text{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$).

ג. חשב את יחס השטחים $\frac{S_{BEC}}{S_{AED}}$ עבור הזווית α שמצאת בסעיף ב' וזאת מבלי לחשב את השטחים עצמם אלא בהסתמך על סעיף ב'.

א. הבע באמצעות a ו-α את אורכי הקטעים AE ו-BE.

פתרון



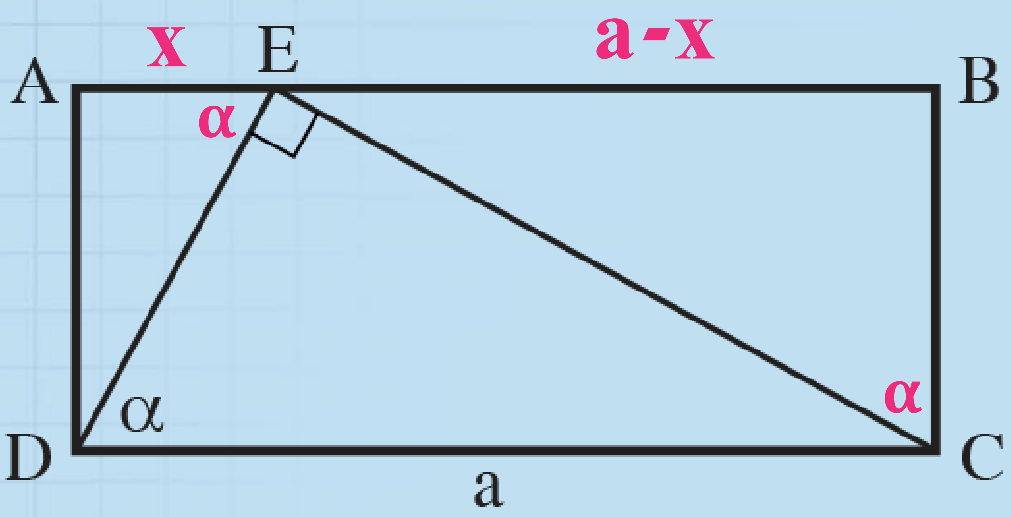
נסמן: x, y, α, β

נביע גדלים נוספים באמצעות אותיות אלו.

$$AE = x$$

$$EB = a - x$$

א. הבע באמצעות a ו-α את אורכי הקטעים AE ו-BE.



פתרון

נמצא קשר באמצעות פונקציה טריגונומטרית

צמצום. פעולה אלגברית

תשובה סופית

נביע את AE באמצעות a
ו- α על פי משולש DEA

$$\cos\alpha = \frac{AE}{DE} = \frac{x}{a\cos\alpha} \Rightarrow a\cos^2\alpha = x$$

נביע את DE באמצעות a
ו- α על פי משולש DEC

$$\cos\alpha = \frac{DE}{DC} = \frac{DE}{a} \Rightarrow DE = a \cdot \cos\alpha$$

$$\mathbf{AE = x = a\cos^2\alpha \qquad EB = a - x = a - a\cos^2\alpha}$$

א. הבע באמצעות a ו-α את אורכי הקטעים AE ו-BE.

פתרון

הערה לגבי התשובה הסופית

$$AE = a\cos^2\alpha \qquad EB = a - a\cos^2\alpha$$

התשובה בספר:

$$AE = a\cos^2\alpha \qquad EB = a\sin^2\alpha$$

זהות טריגונומטרית

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$$

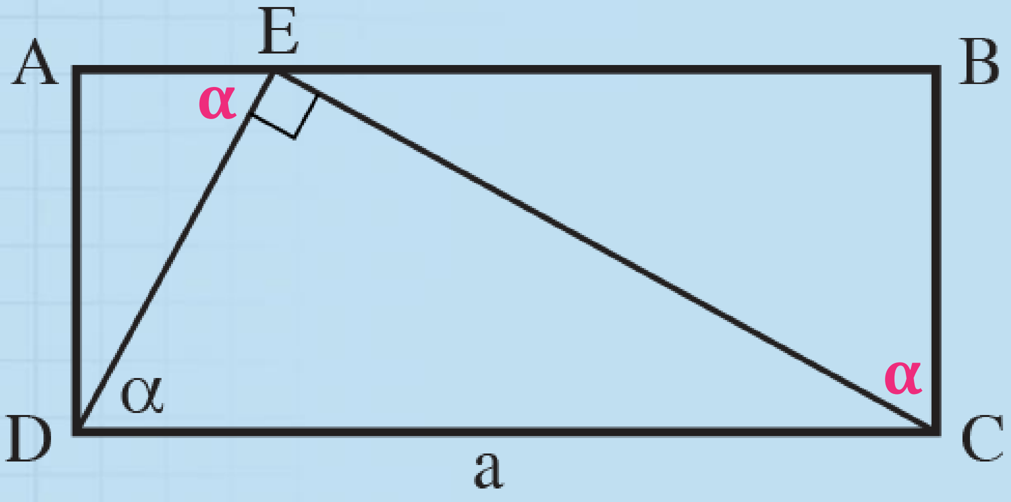
$$EB = a - a\cos^2\alpha$$

$$EB = a(1 - \cos^2\alpha)$$

$$EB = a(\sin^2\alpha)$$

ב. נתון: $\frac{AE}{BE} = \frac{1}{3}$. חשב את α.

פתרון



(**הדרכה:** הוצא שורש משני האגפים והיעזר בזהות $\tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$).

$$AE = \frac{1}{4}a$$

$$DE = a \cdot \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{AE}{DE} = \frac{\frac{1}{4}a}{a\cos\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{\frac{1}{4}}{\cos\alpha}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{4}$$

α היא זווית חדה:

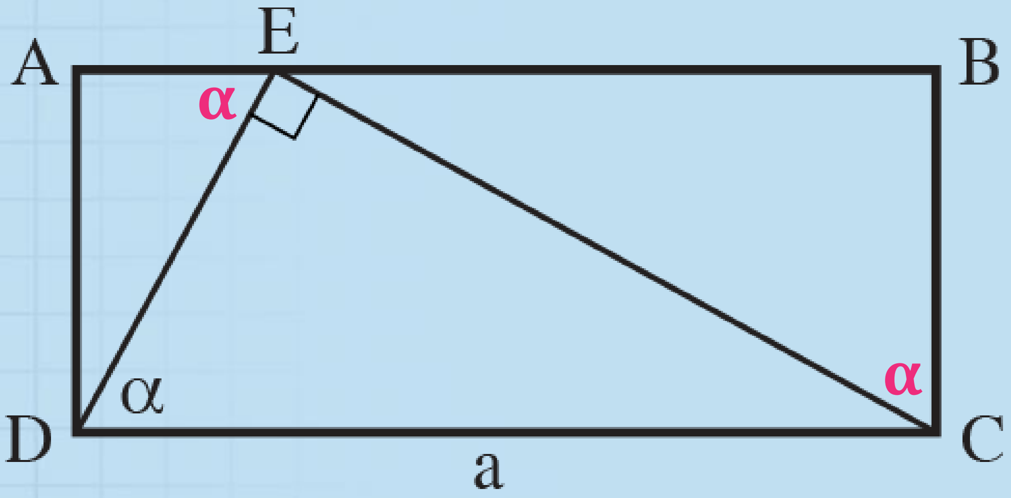
$$\cos\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

ג. חשב את יחס השטחים $\frac{S_{BEC}}{S_{AED}}$ עבור הזוית α שמצאת בסעיף ב׳

פתרון

ג. חשב את יחס השטחים $\frac{S_{BEC}}{S_{AED}}$ עבור הזוית α שמצאת בסעיף ב׳ וזאת מבלי לחשב את השטחים עצמם אלא בהסתמך על סעיף ב׳.



על פי סעיף ב:

$$\frac{AE}{BE} = \frac{1}{3}$$

שטחי המשולשים:

$$\frac{S_{BEC}}{S_{AED}} = \frac{\frac{EB \cdot AD}{2}}{\frac{AE \cdot AD}{2}} = \frac{EB}{AE}$$

$$\boldsymbol{\frac{S_{BEC}}{S_{AED}} = 3}$$

בהצלחה