פתרון תרגיל

נפחים – פרמטרים, משיק, תרגילים שונים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 454, ת. 15

המצגת נערכה ע"י אבי בן נעים

השאלה

15) נתונות הפונקציות $f(x) = x^2+1$ ו-$g(x) = -x^2-1$.

א. מצא את משוואת **המשיק המשותף** לגרפים של שתי הפונקציות ששיפועו חיובי.

ב. חשב את השטח שמוגבל ע״י הגרף של הפונקציה $f(x)$, המשיק וציר ה-y.

ג. השטח הנ״ל מסתובב סביב ציר ה-x. חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

א. מצא את משוואת **המשיק המשותף** לגרפים של שתי הפונקציות ששיפועו חיובי.

פתרון

$$f(X) = X^2 + 1$$

$$g(X) = -X^2 - 1$$

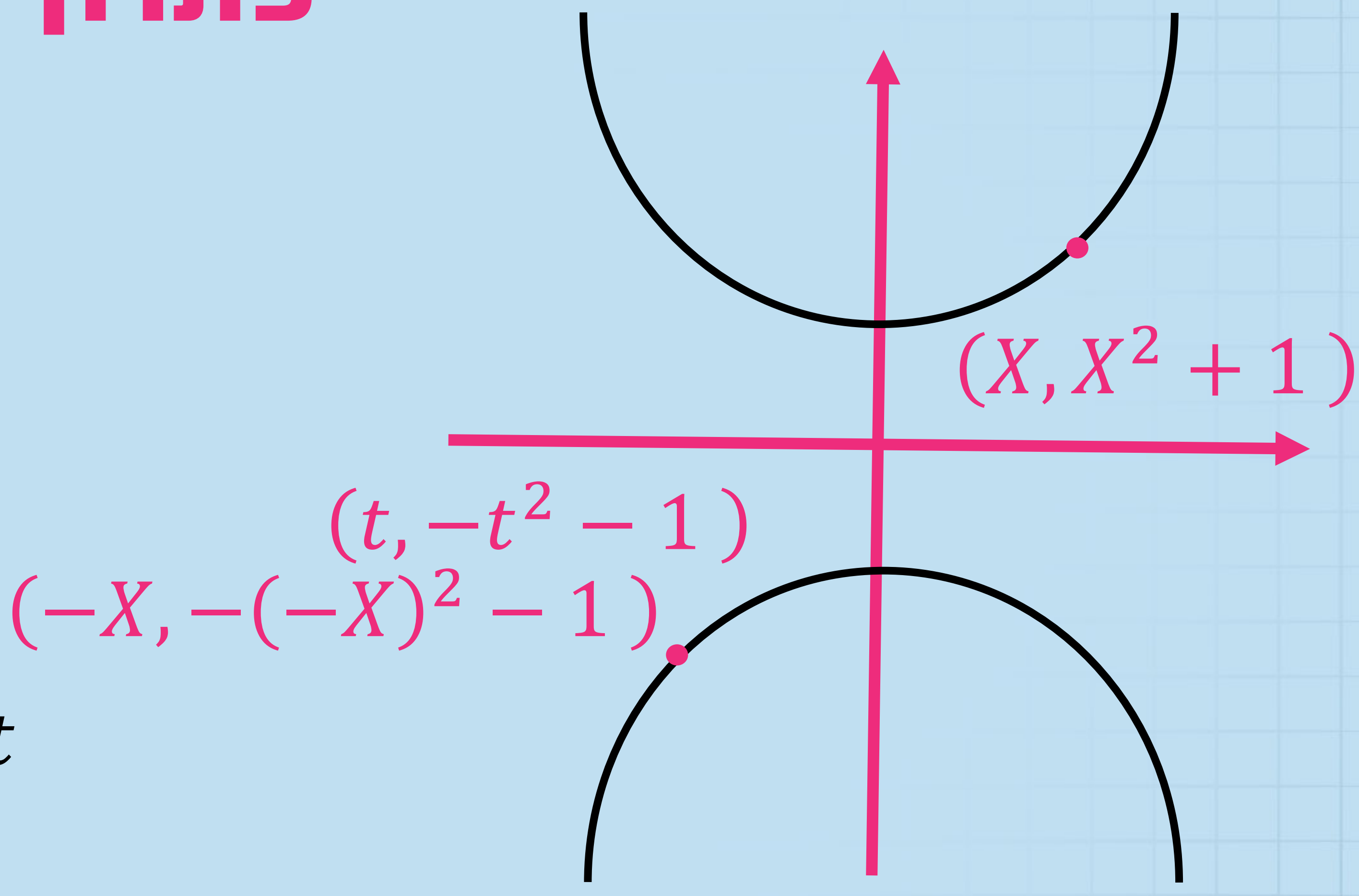
$$f'(X) = 2X$$

$$g'(X) = -2X$$

$$g'(t) = -2t$$

$$2X = -2t$$

$$-X = t$$



א. מצא את משוואת **המשיק המשותף** לגרפים של שתי הפונקציות ששיפועו חיובי.

פתרון

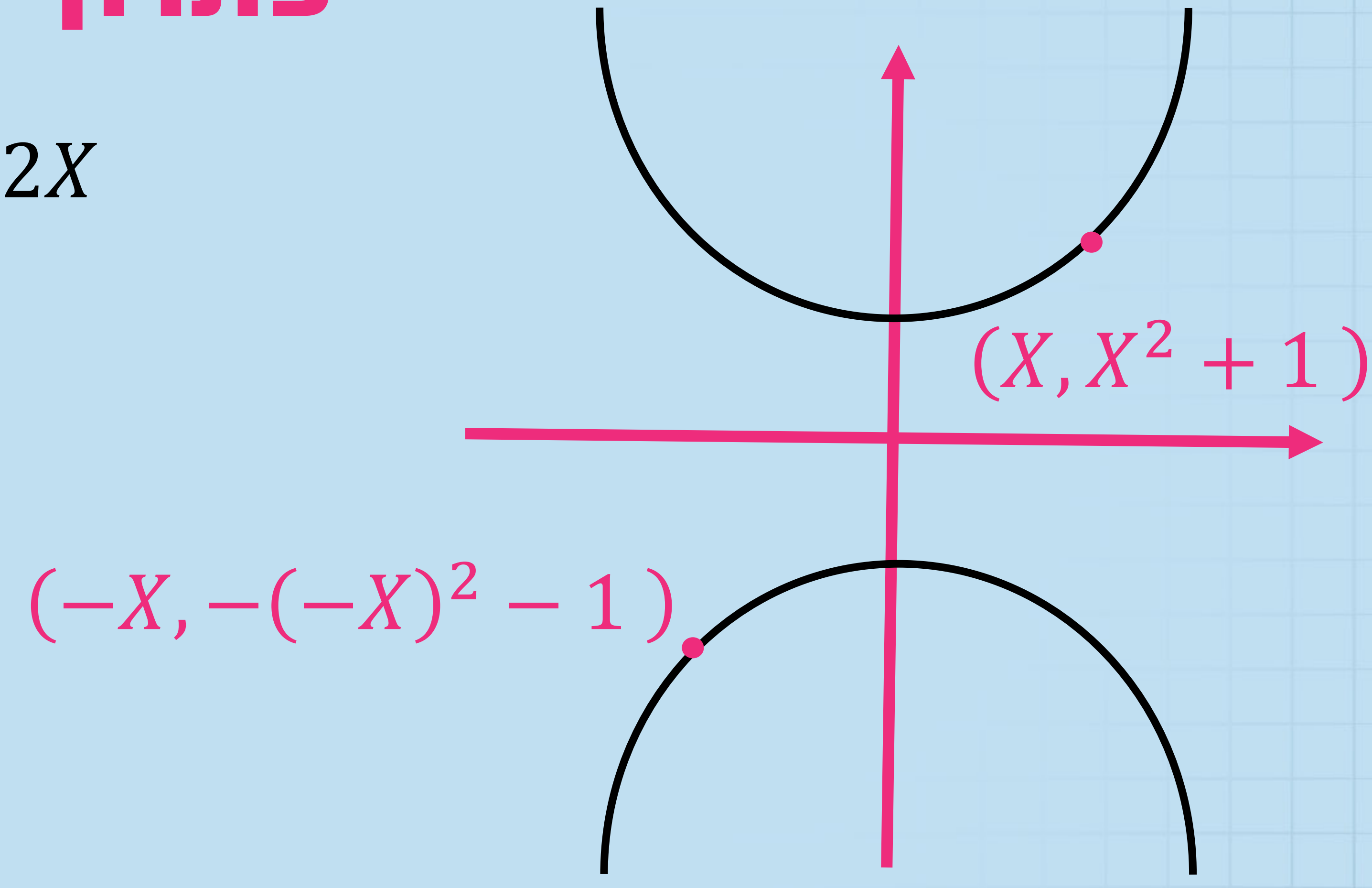
$$\frac{X^2+1-(-X^2-1)}{X-(-X)}=2X$$

$$\frac{2X^2+2}{2X}=2X$$

$$2X^2+2=4X$$

$$X^2-2X+1=0$$

$$X=1$$

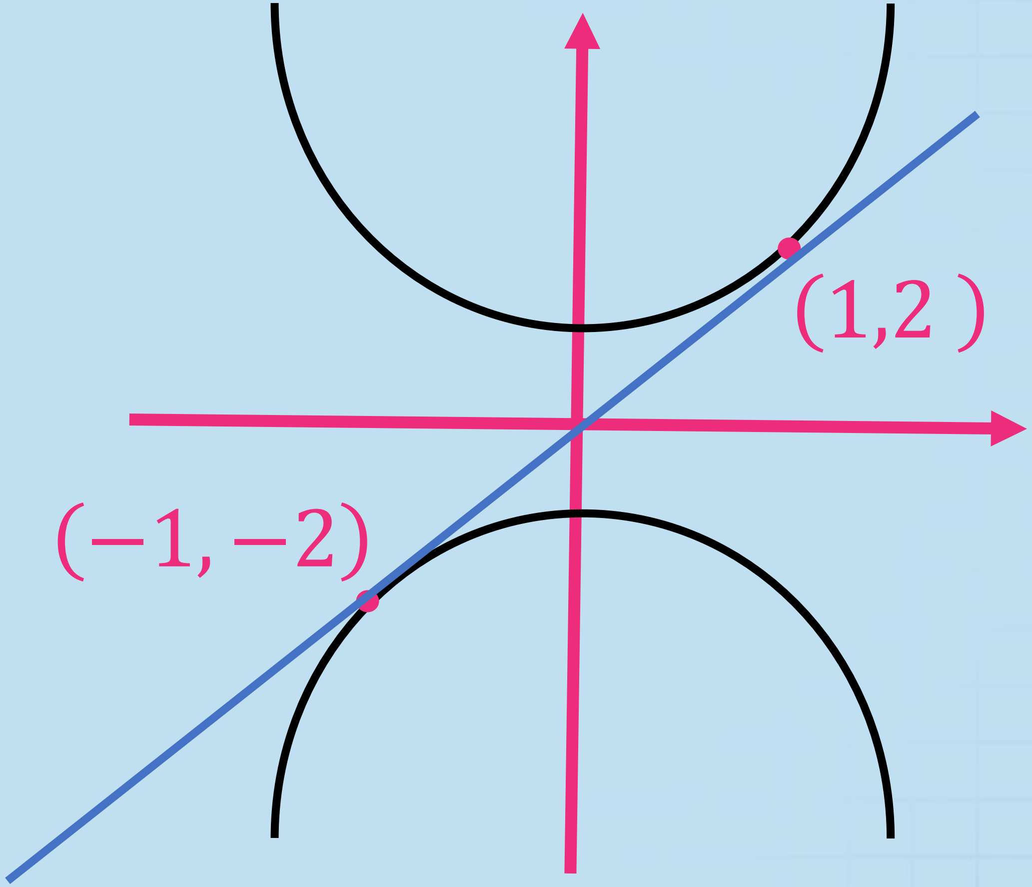


א. מצא את משוואת **המשיק המשותף** לגרפים של שתי הפונקציות ששיפועו חיובי.

פתרון

$$Y - 2 = 2(X - 1)$$

$$\boxed{Y = 2X}$$



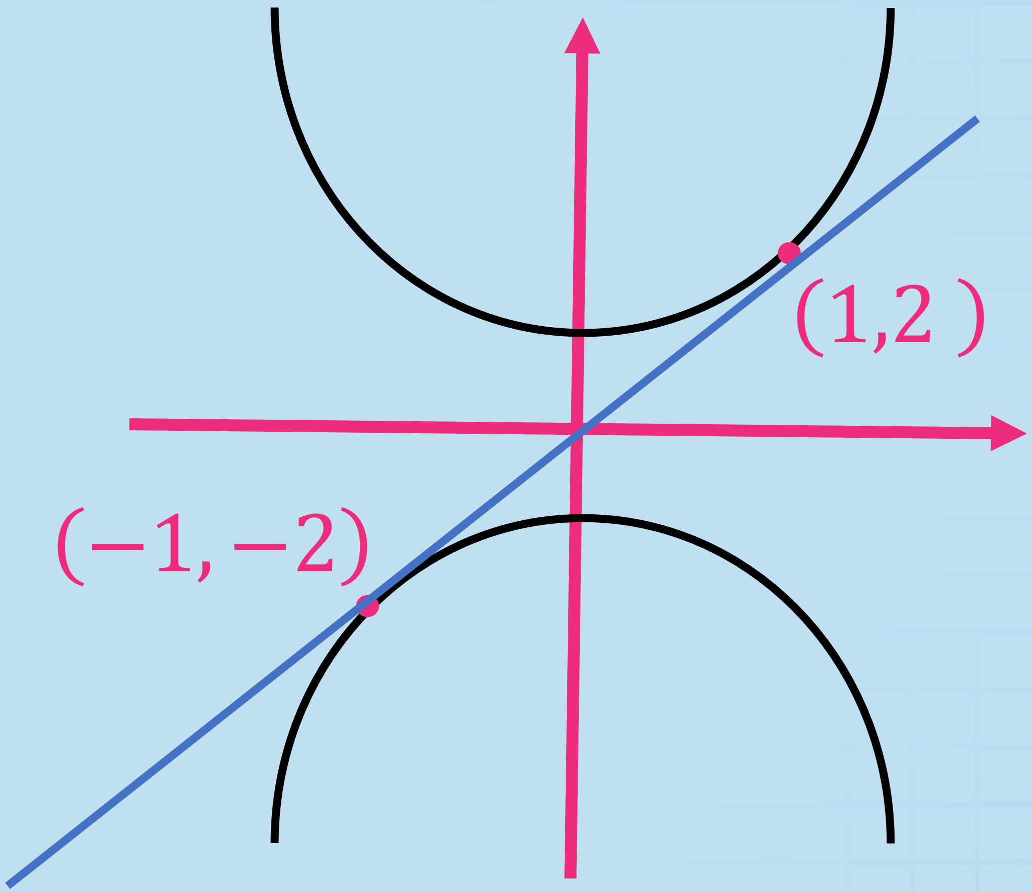
ב. חשב את השטח שמוגבל ע״י הגרף של הפונקציה $f(x)$, המשיק וציר ה-y.

פתרון

$$S=\int_0^1 (X^2+1-2X)\,dx$$

$$=\left[\frac{X^3}{3}+X-\frac{2X^2}{2}\right]_0^1$$

$$\boxed{\left(\frac{1^3}{3}+1-1^2\right)-(0)=\frac{1}{3}}$$



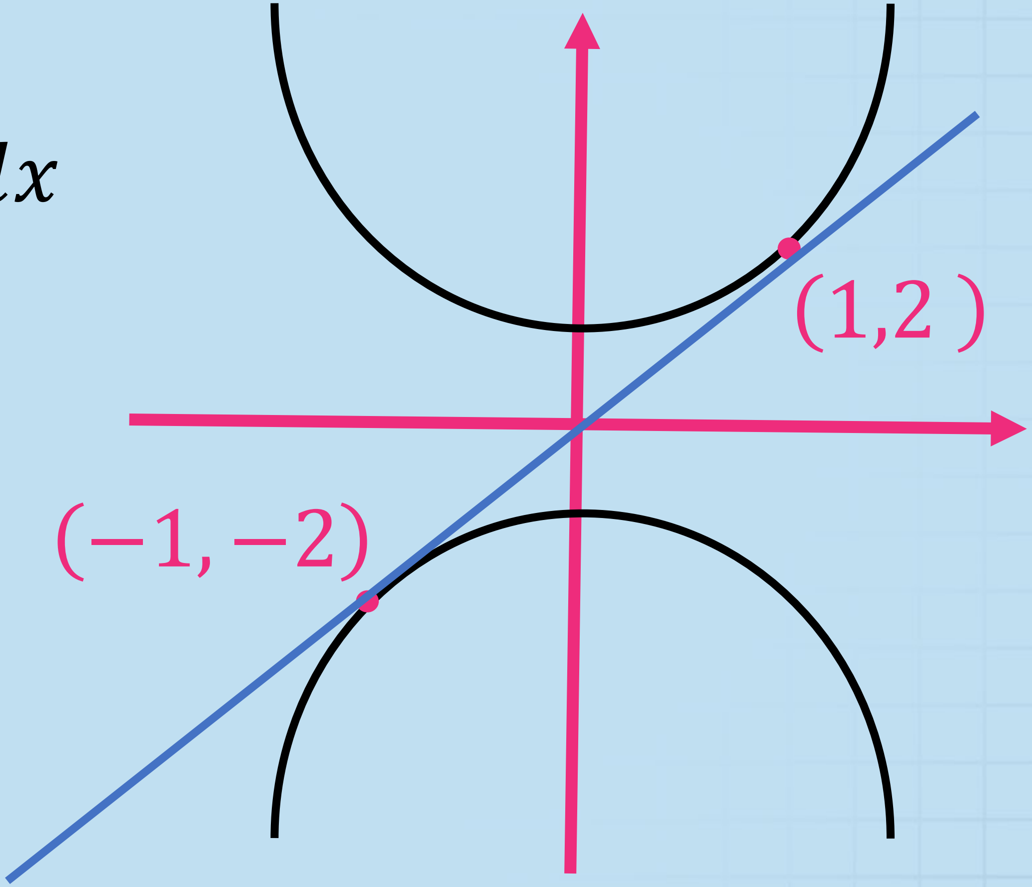
ג. השטח הנ״ל מסתובב סביב ציר ה-x. חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

פתרון

$$V = \pi \int_0^1 (X^2+1)^2\,dx - \pi \int_0^1 (2X)^2\,dx$$

$$= \pi \int_0^1 (X^4 + 2X^2 + 1 - 4X^2)\,dx$$

$$= \pi \left[\frac{X^5}{5} - \frac{2X^3}{3} + X\right]_0^1$$

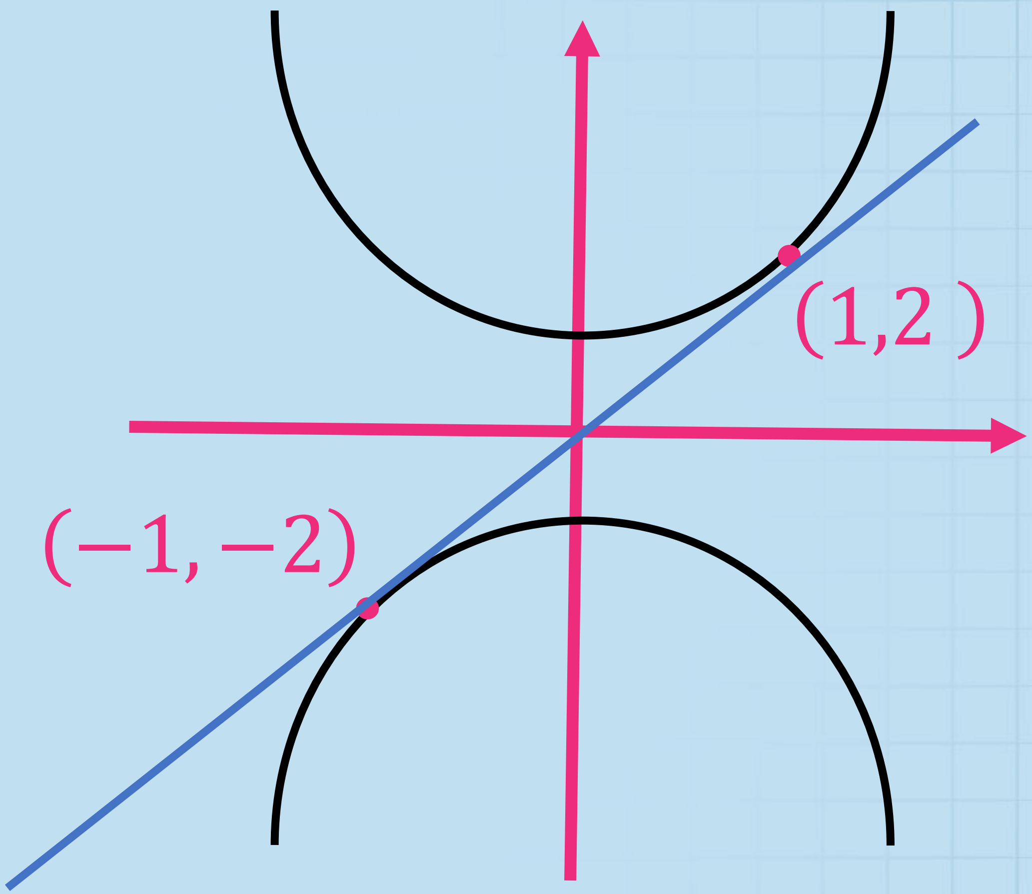


ג. השטח הנ"ל מסתובב סביב ציר ה-x. חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

פתרון

$$= \pi \left[\frac{X^5}{5} - \frac{2X^3}{3} + X \right]_0^1$$

$$\boxed{V = \pi \left[\left(\frac{1^5}{5} - \frac{2 \cdot 1^3}{3} + 1 \right) - (0) \right] = \frac{8}{15}\pi}$$



בהצלחה