פתרון תרגיל

שטחים – פונקציות טריגונומטריות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

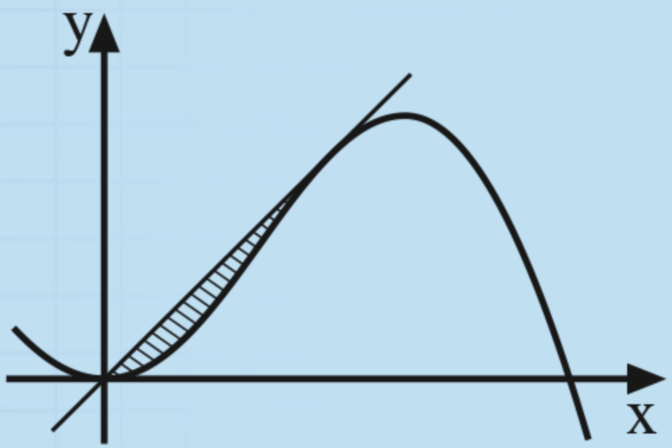
581 , עמ' 426, ת. 30

המצגת נערכה ע"י אבי בן נעים

השאלה

30) בציור מתואר גרף הפונקציה $f(x) = x\sin x$.

בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{2}$ מעבירים משיק לגרף הפונקציה.



א. מצא את משוואת המשיק.

ב. $g(x)$ היא פונקציה שמקיימת $g'(x) = f(x)$. השטח שמוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$ והמשיק הנ"ל הוא $\frac{\pi^2}{8} - 1$. נתון: $g(0) = 2\frac{1}{2}$. חשב את $g(\frac{\pi}{2})$.

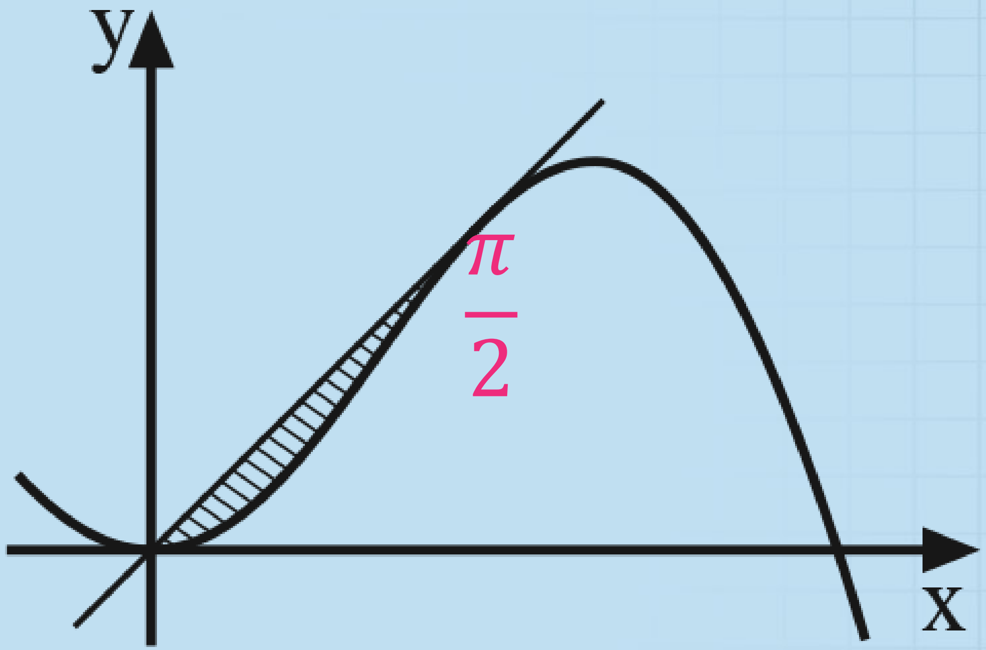
א. מצא את משוואת המשיק.

פתרון

$$f(X) = X \cdot \sin X$$

$$f'(X) = 1 \cdot \sin X + X \cdot \cos X$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$



$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$Y - \frac{\pi}{2} = 1\left(X - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\boxed{Y = X}$$

ב. $g'(x) = f(x)$. $g(0) = 2\frac{1}{2}$. חשב את $g(\frac{\pi}{2})$.

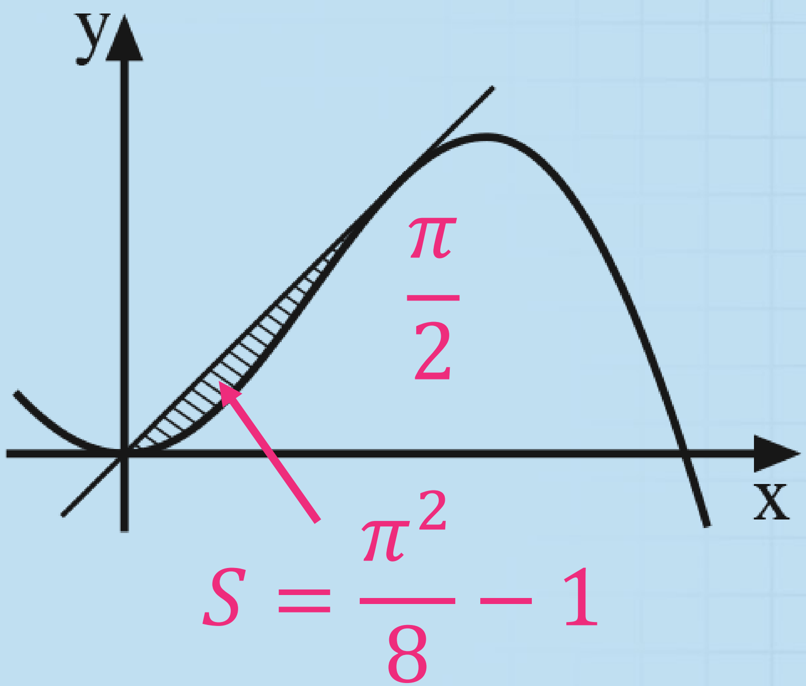
פתרון

$$g(X) = F(X)$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [X - f(X)]dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (X)dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \big(f(X)\big)dx$$

$$\left[\frac{X^2}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \left[F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F(0)\right] = \frac{\pi^2}{8} - 1$$

$$\cancel{\left(\frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{2}\right)} - (0) - g\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2\frac{1}{2} = \cancel{\frac{\pi^2}{8}} - 1$$



$$\boxed{g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3\frac{1}{2}}$$

בהצלחה